RENDICONTI

DELLE SEDUTE

DELLA REALE ACCADEMIA NAZIONALE DEI LINCEI

Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.

Seduta del 7 maggio 1922.

V. Volterra, Vicepresidente.

MEMORIE E NOTE DI SOCI

Mineralogia. — *Sterry Hunt e la teoria dei plagioclasi.* Nota II del Corrispondente Ferruccio Zambonini.

Nei lavori speciali e nei trattati anche estesi, nel ricordare i successivi progressi delle nostre cognizioni intorno alla natura dei plagioclasi, il nome di Thomas Sterry Hunt o non viene menzionato affatto (1), ovvero lo si ricorda in blocco con i più svariati « precursori » di Tschermak, quali Waltershausen, Rammelsberg, Scheerer, Delesse.

In realtà, è del tutto ingiusto trattare alla stessa stregua le idee di Waltershausen, ben diverse, come hanno giustamente rilevato Hintze e Arzruni, da quelle accettate poi per merito di Tschermak, le ipotesi insostenibili di Scheerer ed il contributo decisivo di Hunt.

Sterry Hunt, in due lavori pubblicati nel 1854 e nel 1855 (2), quindi dieci e nove anni, rispettivamente, prima della Memoria dello Tschermak, ha fatto conoscere una serie di nuove analisi di feldspati, nei quali il biossido di silicio variava fra 47,40 e 59,80 % e l'ossido di calcio da 7.73

(1) Così fanno, per esempio, Hintze e Arzruni, tanto minuziosi nel riferire a lungo anche idee spesso in buona parte inesatte od imprecise.

(2) *Illustrations of Chemical Homology*. Amer. Journ. Scienc. 1854. (2a) XVIII, 270. Questa nota non è che un brevissimo sunto di una Memoria presentata all'American Association di Washington nel maggio 1854, che non fu mai pubblicata. — *Examinations of some Felspatic Rocks*. Phil. Mag. 1855, IX., 354-363 (specialmente pag. 362).

a 14.24 % mentre gli alcali diminuivano al crescere del calcio (1). In base a questi fatti (2), Hunt trovò confermata la conclusione che si poteva trarre dalle analisi precedenti di feldspati triclini, non esistere, cioè, limiti definiti per quelle specie che, come la vosgite, la labradorite, l'andesina e l'oligoclasio, sono state create tra l'albite da un lato e l'anortite dall'altro. Egli propose, perciò, di considerare tutti i feldspati intermedî come miscugli di quelle due specie, le quali, essendo omeomorfe, può supporsi cristallizzino insieme in proporzioni indefinite. Le piccole quantità di calcio trovate nelle albiti e di sodio nelle anortiti sarebbero, appunto, dovute alla presenza, rispettivamente, di anortite e di albite (3). Hunt mostrò ancora che albite ed anortite hanno volume

(1) Non è possibile, perciò, accettare quanto scrisse Rammelsberg nel 1865: « Erst Tschermak hat das Verdienst, die factische Abhängigkeit des Säuregehaltes von dem Verhältniss der beiden Basen hervorgehoben zu haben ».

(2) A torto, quindi, Tschermak (*Die Feldspathgruppe*. Sitzungsber. Wiener Akad. der Wiss. 1864, L, 567) asserisce che Delesse e Hunt non hanno ritenuto bisognevole di una speciale dimostrazione il principio che i feldspati sono miscele di tre specie tipiche. In realtà, Hunt si è appoggiato su fatti e ragionamenti. Quanto a Delesse, egli sî è limitato a scrivere: « ...je pense que tous les *feldspaths* du sixième système sont isomorphes, et que leur teneur en silice peut varier d'une manière a peu près continue entre celle de l'albite et entre celle de l'anorthite..... J'ai constaté en outre, par des nombreuses analyses, que plusieurs variétés des *feldspaths* du sixième système peuvent se trouver dans une même roche; il en resulte que dans l'étude minéralogique d'une roche, il vaut mieux définir ces *feldspaths* par les limites entre lesquelles est comprise leur teneur en silice que par les noms d'albite, d'oligoclase, d'andésite, de labrador, de vosgite, d'anorthite, qui ont été donnés à leurs principales variétés:.. » (*Mémoire sur la constitution minéralogique et chimique des roches des Vosges*. Ann. Mines. 1853 (5ª) III, 376). Non si potrebbe documentare meglio che il Delesse non ha avuto nessuna idea precisa che i plagioclasi sono cristalli misti di albite e di anortite. Non soltanto egli non ha preso in esame che le variazioni della silice, ma ha trattato alla stessa stregua di varietà i termini estremi della serie e i cristalli misti intermedî.

(3) Le parole testuali di Sterry Hunt sono le seguenti:

1854. Between anorthite and albite, may be placed vosgite, labradorite, andesine, and oligoclase, whose composition and densities are such that they all enter into the same general formula with them, and have the same equivalent volume. The results of their analysis are by no means constant, and it is probable that many, if not all of them, may be but variable mixtures of albite and anorthite.. : The small portions of lime and potash in many albites, and of soda in anorthite, petalite and orthoclase are to be ascribed to mixtures of other feldspar species.

1855. We have in the rocks which have been the subject of these examinations, a series of felspars in which the amount of silica varies from 47.40 to 59.80 per cent, and that of the lime from 7.73 to 14 24 per cent., the amount of the alcalies decreasing as that of the lime augments. These results only help to confirm the conclusion which may be drawn from all the previous analyses of triclinic felspars, that there are no defined limits for those species which, like vosgite, labradorite, andesine and oligoclase, have been created between albite on the one hand, and anorthite on the other. I therefore proposed some time since to regard all of the intermediate felspars as mixtures of the two species, which, being homoeomorphous, may be supposed to cry stallize together in indefinite proportions.. Hunt nel lavoro del 1855 combatte anche le idee di Scheerer.

molecolare quasi identico, e riconobbe anche la relazione esistente fra la composizione ed il peso specifico.

Non può, perciò, revocarsi in dubbio che il merito di avere per il primo sostenuto, *in base alle analisi*, che i plagioclasi vanno considerati come cristalli misti di due termini finali, l'albite e l'anortite, spetta a Sterry Hunt [1]. Non si vuole con ciò diminuire il merito di Tschermak, che con una esposizione molto più dettagliata, con le discussioni vittoriosamente sostenute, con l'impulso dato a nuove ricerche, quali quelle importantissime di Schuster, ha fatto sì che quella ipotesi venisse accettata dalla generalità degli studiosi. La dimostrazione indubbia e sicura della miscibilità completa allo stato solido dell'albite e dell'anortite non si ebbe, però, che mezzo secolo dopo Hunt, ad opera di Day e Allen.

Fisica. — *Sull'assorbimento della gravitazione.* Nota IX del Corrispondente Quirino Majorana.

L'osservazione dell'assorbimento con il metodo di cui ho cominciato a dire nella Nota precedente, permette, come si è visto, di costruire i diagrammi della fig. 5. Ed ho spiegato la ragione per cui essi sieno sensibilmente costituiti da due rette inclinate rispetto agli assi coordinati. Rimane ora da rendersi conto del secondo fatto già accennato, e cioè lo spostamento reciproco di tali due rette; in conseguenza di esso si vede che per la stessa sensibilità della bilancia si hanno due valori dell'attrazione per le due posizioni della sfera; e questi sono costantemente differenti per la stessa quantità, cioè, come si vede dalla figura, per circa 4 millesimi di milligrammo.

Questo valore è precisamente il doppio di quello constatato per l'assorbimento gravitazionale, nel caso della sfera collocata al centro del cubo di piombo. Ora, ciò rappresenta una conferma dell'esistenza del cercato fenomeno. Infatti, poichè dalla figura 5 risulta che sempre l'attrazione del cubo sulla sfera apparisce minore quando questa è al disopra di quello, è assai plausibile ammettere che questo apparente risultato dipenda dal fatto che la sfera pesa meno quando si trova in tale posizione. Tale diminuzione di peso deve dipendere dallo spessore medio di piombo traversato dai raggi gravitazionali terrestri; ma questo spessore, per quanto sia, come nel caso della sfera in centro del cubo, di difficile od indeterminata calcolazione, può, per ragioni analoghe, ritenersi circa doppio di quello traversato dagli

[1] Non va dimenticato, naturalmente, Hessel: le sue idee, però, che nel 1826 rappresentarono una vera divinazione, non sono precise come quelle di Hunt, nè potevano esserlo, data la scarsità dei dati sperimentali allora esistenti.

stessi raggi nel detto caso. Infatti ora si tratta dell'intero lato del cubo, mentre allora solo la sua metà interveniva; per cui si può valutare lo spessore in parola a circa 1 metro.

Siccome poi per la formula semplificata:

$$\varepsilon = m h \delta r,$$

dove ε è la constatata diminuzione di peso della sfera di massa m (se circondata dal mantello di densità δ e di spessore r), la variazione od assorbimento ε è proporzionale allo spessore r, rimane giustificato il fatto di trovare variazione doppia ($^4/_{1000}$ di mg.) per spessore doppio.

Il metodo testè descritto, quantunque possa lasciare qualche dubbio sulla sua attendibilità in conseguenza della irregolarità di distribuzione delle singole osservazioni nel diagramma della fig. 5, ha, secondo me, grande valore per la conferma che esso rappresenta di quanto ci era stato appreso dagli esperimenti con la sfera in centro del cubo. I raziocinii e le operazioni sperimentali su cui quel metodo si basa, possono apparire alquanto complessi, ed il lettore potrebbe obbiettare che al fine di eliminare gran parte di tale complicazione si sarebbe potuto procedere nell'esperienza, adottando uno dei due ripieghi seguenti, che appariscono a prima vista intuitivi.

Il primo consisterebbe nello sperimentare sempre con la stessa sensibilità della bilancia, e cioè tanto per il caso della sfera in alto che per quello della sfera in basso. Ma è facile far rilevare quasi, la impossibilità pratica di tale procedimento. Infatti, la sensibilità della bilancia oltre a mutare di giorno in giorno, e talvolta di ora in ora, cambia accidentalmente ed in maniera non prevedibile, per il sollevamento ed il successivo abbassamento del giogo (le quali operazioni sono necessarie allo scambio della tara con la sfera e viceversa), od alla manovra ancora più complessa (ché occorre aprire la custodia della bilancia, eseguire masticiature, etc.), del cambiamento di posizione della sfera, trasportandola da M_1 a M_2, o viceversa. Ho potuto così constatare che, al più, si potrebbe regolare il valore di tale sensibilità in precedenza, cioè prima di abbassare il giogo, con una approssimazione non maggiore del 20 % circa; ed i diagrammi della fig. 5 fanno vedere come anche a variazioni di tale ordine di grandezza debbano corrispondere variazioni nelle constatate attrazioni tra sfera e cubo. Risentendosi dunque (anche così ridotti i limiti di variabilità della sensibilità) l'influenza della inclinazione dei due diagrammi, è meglio rinunziare a tale artificio, sia per semplicità sperimentale, sia ancora perchè lasciando variare spontaneamente la sensibilità, i due diagrammi in parola si estendono dentro limiti più ampii ed ha maggiore attendibilità la conseguente determinazione della loro inclinazione e reciproca posizione.

Il secondo ripiego apparisce forse più plausibile e sarebbe stato quello di adoperare un cavalierino nel congegno $A_1 A_2 A_3$ (fig. 3) di peso all'in-

circa eguale al valore medio della attrazione apparente fra cubo e sfera, e cioè di mg. 0,21 circa; così operando, la determinazione di sensibilità avrebbe corrisposto esattamente a quella di ciascuna osservazione, e i due diagrammi della fig. 5 sarebbero stati paralleli alle ascisse. Ma debbo dire che ha già rappresentato uno sforzo sperimentale notevole, quello di costruire e adoperare con tutta sicurezza (cioè senza pericolo che esso venisse perduto nelle operazioni di scambio nel vuoto) un cavalierino di 1 mg. circa; come è noto i cavalierini di Berzelius delle ordinarie bilancie sono di 10 mg. E ritengo non sarebbe stato pratico, nel caso speciale di cui si tratta pensare alla costruzione di cavalierini ancora cinque volte più piccoli di quello da me adoperato. Per cui anche tale artificio non sarebbe stato realizzabile.

Il metodo ora descritto per l'osservazione della variazione di peso della sfera, permette poi di arrivare alle conclusioni riportate già nella prima di queste Note [1] circa *la sede* del fenomeno gravitazionale, sospettabile nel caso in cui si voglia negare la esistenza del messo etereo, e la cui base sperimentale è stata ora spiegata nei suoi particolari.

Conclusione.

Le delicatissime ricerche sperimentali che ho cercato di descrivere minutamente in queste ultime Note e nelle precedenti, si basano su di una concezione nuova di uno dei più grandi fenomeni naturali. Può apparire a taluno del tutto arbitraria la via da me seguìta nel concepire tale piano di ricerche; ma ritengo in ogni caso che essa sia stata logica.

Le ipotesi da me avanzate, con ogni riserva, se da un canto sono certamente ardite, mi hanno dato l'occasione di intraprendere ricerche sperimentali che altrimenti non sarebbero mai state tentate. Ora la ricerca sperimentale costituisce il fondamento vero della Scienza, ed i suoi risultati rappresentano fatti che arricchiscono in ogni modo il nostro patrimonio di conoscenze scientifiche. Nel caso delle mie ricerche, si può anche prescindere dalle teorie aprioristiche da me escogitate e tener per ferma la conclusione che *una massa apparisce più leggera se circondata da altre masse.* Il programma futuro mio o di altri che vorranno ripetere le mie esperienze, deve essere anzitutto quello di ricercare una definitiva conferma di tale delicatissimo fenomeno che, come fa notare il Russell [2], rappresenta la constatazione di una variazione di peso di una o due unità su 1200 milioni. E che tale programma non sia illogico lo dimostra il proponimento di A. A. Michelson di controllare i miei risultati sperimentali. Se questi saranno definitivamente.

[1] Vedi questi Rendiconti, vol. XXX, pag. 78-79.

[2] H. N. Russel, *On Majorana's Theory of Gravitation*, Astroph. Journal, vol. LIV, pag. 343, 1921.

accertati si potrà con maggior cognizione di causa formulare la loro più esatta teoria.

A questo riguardo, e prima di terminare, richiamo ancora l'attenzione del lettore sulle osservazioni contenute nel lavoro citato dell'astronomo Russell.

Questi afferma dapprima che accettando l'idea dell'assorbimento della forza gravitazionale, nella misura da me proposta, è necessario altresì ammettere una corrispondente sparizione della massa inerte nella materia attirata. Solo con ciò sarebbe spiegato perchè non si osservino sensibili perturbazioni nel moto degli astri. Tale ipotesi per altro non avrebbe nulla di illogico, nello stato di ignoranza in cui ci troviamo circa la natura del fenomeno newtoniano. Ma, soggiunge il Russell, la precisione con cui si constatano i fenomeni delle maree, porterebbe ad escludere un assorbimento gravitazionale nella misura di quello da me proposto. Il detto autore, peraltro, non esclude che i fatti da me osservati possano interpretarsi come semplice diminuzione della massa per la presenza di altre masse, ed invoca la ripetizione delle mie esperienze.

Ora, io osservo, la conclusione del Russell è forse troppo assoluta; si può infatti fare qualche ipotesi complementare, come quella di una rifrazione delle linee di forza gravitazionale, o comunque di un loro andamento sinora non previsto, tale da giustificare l'idea dell'assorbimento, malgrado l'esattezza apparente del fenomeno delle maree. Ed io dico ciò non per dichiararmi a tutti i costi ligio a vedute teoriche preconcette, ma per ispirito di assoluta obbiettività, desiderando solo, come ho detto, che l'esperienza e l'osservazione ci svelino la vera natura dei fenomeni che ci circondano.

E concludo affermando anche io la necessità di ripetere ulteriormente le mie ricerche. Nel dubbio che altri accingendosi realmente a tale còmpito possa dare ad esse presto una conferma od una smentita, dò fin d'adesso il preannunzio di una terza serie di esperienze che sto allestendo nell'Istituto Fisico di Bologna ed i cui risultati comunicherò a suo tempo.

NOTE PRESENTATE DA SOCI

Matematica. — *Sulle superficie i cui spazi osculatori sono biosculatori.* Nota della dott. Maria Castellani, presentata dal Socio G. Castelnuovo.

1. In varî modi è stato dimostrato che se i piani tangenti ad una superficie hanno due punti distinti di contatto, ne hanno infiniti [1] e la superficie è una sviluppabile. Orbene tale proprietà relativa agli intorni del 1° ordine non ha riscontro in proprietà analoga per gli intorni di ordine superiore; mostrerò infatti in questa mia Nota che esistono classi di superficie per le quali ogni spazio 2-osculatore, S(2) [2], ha due punti distinti di osculazione, cioè è biosculatore, senza averne di conseguenza infiniti.

2. Sia data una superficie F di S_r ($r > 5$) i cui S(2) osculatori siano, come accade in generale, S_5 e ciascuno di essi abbia due punti di osculazione distinti P e Q.

Cominciamo con l'osservare che l'intersezione di due S_5 infinitamente vicini, osculatori rispettivamente in P e P′ (e quindi in Q e Q′), contiene tanto il piano tangente in P, quanto quello tangente in Q.

Se questi due piani sono indipendenti il loro S_5 è lo spazio 2-osculatore sia in P che in P′, cioè lo S(2) non varia, passando da un punto di F ad uno qualsiasi contenuto nell'intorno del 1° ordine di esso; questo $S(2) \equiv S_5$ conterrebbe in tal caso tutta la F, il che è da escludere.

Escludiamo pure che i piani tangenti in P e Q coincidano, perchè, per quanto si è detto, la superficie è allora rigata sviluppabile e la soluzione ha perciò scarso interesse.

Rimangono quindi da esaminare i due casi seguenti:

a) i piani tangenti in punti corrispondenti (come P e Q) stanno in S_4;

b) oppure stanno in S_3.

[1] Del Pezzo, *Sugli spazi tangenti*..... (Rend. della R. Accademia di Napoli, 1886); Bertini, *Introduzione alla geometria proiettiva degli iperspazi*, cap. 9°, n. 13, Pisa, Spoerri, 1907.

[2] Per spazio 2-osculatore in un punto di una superficie intenderemo il minimo spazio che contiene gli S_2 osculatori alle curve per il punto; poichè tale spazio ha in comune con la superficie l'intorno del 1° e del 2° ordine è espressivo il rappresentarlo con il simbolo S(2); E. Bompiani, *Sopra alcune estensioni dei teoremi di Meusnier e di Eulero* (Atti R. Accademia d. Scienze di Torino, 1913).

3. Dimostriamo che nel caso *a)* vi sono su F ∞^1 curve lungo le quali è fisso lo S_5 2-osculatore (cioè la F ha soltanto ∞^1 di questi S_5).

Lo spazio *caratteristico* di un S_5 (spazio comune ad S_5 e a tutti quelli infinitamente vicini nell'intorno del 1° ordine) è un S_4 [1]: voglio provare che si ha $S(3) = S_6$.

Consideriamo due regioni di F adiacenti a due punti P, Q e su di esse fissiamo le linee coordinate in modo che punti corrispondenti abbiano le stesse coordinate curvilinee u, v. Indichiamo con P^{rs} le derivate $\frac{\partial^{r+s} P}{\partial u^r \partial v^s}$ delle coordinate omogenee di P, omettendo l'indice relativo ad una coordinata generica; analogamente per Q. Poichè i piani tangenti nei punti P e Q determinano un S_4, i punti $P, Q, P^{10}, P^{01}, Q^{10}, Q^{01}$ sono linearmente dipendenti, quindi potremo prescindere da uno di essi, per esempio Q^{01}.

Lo S_5 2-osculatore in P potrà individuarsi con lo S_4 precedente e con un punto dell'intorno del 2° ordine di P, cioè, essendo le linee u, v arbitrarie, per esempio con i punti $P, Q, P^{10}, P^{01}, Q^{10}, Q^{01}, P^{20}$. A questo S_5, per definizione di S(2) osculatore e per la proprietà di F, appartengono i punti $P^{11}, P^{02}, Q^{10}, Q^{11}, Q^{02}$ dell'intorno del 2° ordine e valgono per conseguenza relazioni di questo tipo:

$$P^{11} = \alpha P^{10} + \beta P^{10} + \gamma P^{01} + \delta Q^{10} + \varepsilon P + \zeta Q$$

in cui $\alpha, \ldots \zeta$ sono funzioni di u, v indipendenti dalle coordinate di P o di Q che si considerano. Oltre a queste relazioni valgono le loro conseguenze differenziali, sicchè per esempio:

$$P^{21} = \alpha P^{30} + \ldots\ldots$$

ove i puntini indicano termini contenenti derivate di P e di Q d'ordine ≤ 2 [2] che per le relazioni stesse si possono sostituire con combinazioni lineari dei 6 punti che abbiamo preso per individuare lo S(2) osculatore in P (e Q).

Consideriamo ora lo S_5 2-osculatore in $P' = P + P^{10}du + P^{01}dv$ e congiungiamolo allo S(2) osculatore in P. Lo S_6 congiungente è individuato dallo S_5 osculatore in P e dal punto [3]:

$$P^{30}du + P^{21}dv = P^{30}(du + \alpha dv) + \ldots\ldots$$

[1] Si potrebbe concludere direttamente a questo punto con l'affermazione fatta, servendosi del Lemma di Bompiani [E. Bompiani, *Determinazione delle superficie integrali d'un sistema di equazioni a derivate parziali lineari ed omogenee*, Rend. Istituto Lombardo. 1919, § 3]; la dimostrazione che segue sfrutta le particolari circostanze che si presentano in questo caso indipendentemente dal Lemma citato.

[2] Coefficienti di queste derivate sono le funzioni $\alpha, \ldots \zeta$ e le derivate rapporto ad u.

[3] Si suppone, naturalmente, che P^{30} non stia nello S(2) osculatore in P; la supposizione è lecita, perchè le linee coordinate sono generiche e quindi, se ciò non accadesse, la superficie starebbe in S_5. Si può poi facilmente verificare che anche gli altri punti derivati secondi di P' stanno in quello S_6.

cioè da P^{30}, potendo sempre ritenere, per l'arbitrarietà della scelta delle linee u, v, $du/dv \neq -\alpha$. Lo S(3) osculatore in P (e Q) è dunque un S_6. Proviamo ora che gli $S(2) \equiv S_5$ sono soltanto ∞^1, cioè che nell'intorno del 1° ordine di uno di essi ve ne è uno solo.

Ciò è evidente, perchè gli S_5 nell'intorno di quello fissato passano per lo S_4 caratteristico e stanno in S_6 quindi formerebbero fascio (cui appartiene lo S_5 fissato) intorno allo S_4; ma nel fascio non v'è che un S_5 infinitamente vicino a quello fissato.

Ogni S_5 è quindi 2-osculatore alla superficie in tutti i punti di una curva e, se si esclude che la superficie stessa stia in S_5, le ∞^1 curve così determinate stanno negli S_3 di una sviluppabile.

4. Veniamo ora al caso *b*): i piani tangenti in P e Q determinano un S_3.

La congruenza delle rette come PQ è quindi tale che tutte le rette di essa situate nell'intorno del 1° ordine di una generatrice generica stanno con questa in un S_3. Segue subito da ciò che su ogni generatrice della congruenza si trovano due fuochi (distinti o coincidenti); cioè la congruenza è di quelle (particolari in S_4) che ammettono superficie (o curve) focali.

Nel caso generale, in cui si hanno due superficie focali distinte si ha una *congruenza di Laplace* [1]; le sue rette sono dunque tangenti alle linee di un sistema che fa parte di un doppio sistema coniugato (di una) delle superficie focali.

Se le superficie focali coincidono in una, questa possiede *un* sistema semplice di asintotiche e le rette della congruenza sono tangenti ad esse.

Possono infine le superficie focali della congruenza essere sostituite da curve incontrate (senza contatto) dalle rette della congruenza. Diremo in ogni caso, per brevità, che si ha una *congruenza di Laplace.*

È facile constatare che una superficie incontrata in più di un punto da una generatrice generica della congruenza è una superficie del tipo voluto.

Infatti nel caso generale (e analogamente si verifica per gli altri) ogni superficie F immersa nella congruenza di Laplace ha per S(2) osculatore in un suo punto P che appartenga alla tangente in un punto A, secondo una linea del sistema coniugato di una superficie focale, lo S_5 congiungente i due S_4 2-osculatori a questa in A e nel punto infinitamente vicino sulla tangente fissata. Questo S_5 non dipende da P, ma soltanto dalla generatrice per esso: se questa incontra la F in un altro punto Q gli S(2) osculatori in P e Q coincidono.

[1] Segre, *Preliminari di una teoria*..... (Rend. del Circolo Matematico di Palermo, tomo XXX, 2° semestre, 1910); E. Bompiani, *Sull'equazione di Laplace* (Rend. del Circolo Matematico di Palermo, tomo XXXIV, 2° semestre, 1912); *Pour la géométrie de l'équation de Laplace* (Comptes-Rendus de l'Acad. des Sciences, t. 160, pag. 57).

5. Riassumendo si ha:

Esistono due classi di superficie di S_r $(r > 5)$ *tali che i loro* S_5 *2 osculatori hanno (almeno) due punti distinti di osculazione con la superficie. Esse sono:*

a) *le superficie con* ∞^1 S_5 *2-osculatori, contenenti* ∞^1 *curve in* S_3 *di cui due infinitamente vicini si segano in piani* (cioè in S_3 osculatori ad una curva e casi degeneri);

b) *le superficie con* ∞^2 S_5 *2-osculatori immerse in una congruenza di Laplace e incontrate da ogni generatrice in più di un punto.*

Geometria. — *Sur les formes différentielles de M. Fubini.* Nota di Eduard Čech, presentata dal Corrisp. G. Fubini.

1. Soient les coordonnées homogènes x des points et ξ des hyperplans tangents [1] d'une hypersurface Π de l'espace linéaire à $n+1$ dimensions exprimées en fonction de n variables indépendantes quelconques $u_1, u_2, \dots, u_n$ et posons

$$F_2 = -S\, dx\, d\xi = \sum_{ik} \Delta_{ik}\, du_i\, du_k, \tag{1}$$

$$\Lambda_3 = S(dx\, d^2\xi - d\xi\, d^2x) = 2\sum_{ikl} D_{ikl}\, du_i\, du_k\, du_l, \tag{2}$$

$$\nabla = |\Delta_{ik}| \ [2], \quad \vartheta_{ik} = \frac{1}{\nabla}\frac{\partial \nabla}{\partial \Delta_{ik}},$$

$$F_3 = \Lambda_3 - \frac{6}{n+2} F_2 \sum_{ikl} \vartheta_{ik} D_{ikl}\, du_l = 2\sum_{ikl} \Delta_{ikl}\, du_i\, du_k\, du_l, \tag{3}$$

ainsi que l'on a

$$\sum_{ik} \vartheta_{ik} \Delta_{ikl} = 0. \tag{4}$$

Soient de plus X et Ξ des solutions quelconques des équations

$$SX\xi = 1, \ SX\frac{\partial \xi}{\partial u_i} = 0; \ S\Xi x = 1, \ S\Xi \frac{\partial x}{\partial u_i} = 0. \tag{5}$$

On trouve que les x et les ξ vérifient des équations de la forme

$$x_{ik} = \sum_{rs} \vartheta_{rs} D_{ikr} \frac{\partial x}{\partial u_s} + b_{ik} x + \Delta_{ik} X, \tag{6}$$

$$\xi_{ik} = -\sum_{rs} \vartheta_{rs} D_{ikr} \frac{\partial x}{\partial u_s} + \beta_{ik} \xi + \Delta_{ik} \Xi, \tag{6'}$$

[1] Les facteurs de proportionalité étant choisis d'une manière quelconque.

[2] On suppose $\nabla \neq 0$.

x_{ik} et ξ_{ik} étant les dérivées secondes covariantes formées par rapport à la forme F_2. Pour $(u_1 \dots u_n)$ données, une quadrique par rapport à laquelle les hyperplans polaires des points

$$\lambda x + \lambda_1 \frac{\partial x}{\partial u_1} + \cdots + \lambda_n \frac{\partial x}{\partial u_n}$$

sont

$$\lambda \xi + \lambda_1 \frac{\partial \xi}{\partial u_1} + \cdots + \lambda_n \frac{\partial \xi}{\partial u_n}$$

à un contact du second ordre avec Π, et $\Lambda_3 = 0$ donne les tangentes à la variété d'intersections de Π et la quadrique. La congruence des droites $x\mathrm{X}$ est *conjuguée* a Π, en ce sens que, en chaque point de Π, les n directions correspondantes au développables de la congruence sont conjuguées par rapport à la quadrique $F_2 = 0$ des directions asymptotiques. Corrélativement pour la congruence $\xi\Xi$. Si l'on multiplie les x par un facteur quelconque ϱ et les ξ par le facteur σ, les formes F_2, Λ_3, F_3 se transforment comme il suit

$$(7) \qquad F_2' = \varrho\sigma F_2 \ , \ \Lambda_3' = \varrho\sigma(\Lambda_3 + 3F_2\, d\log\varrho/\sigma) \ , \ F_3' = \varrho\sigma F_3 .$$

2. Le facteur des x étant toujours quelconque, je fixe maintenant les ξ à une racine $(n+2)^{\text{ième}}$ de l'unité près par la condition

$$(8) \qquad \left| x \ , \ \frac{\partial x}{\partial u_1} \ , \dots , \ \frac{\partial x}{\partial u_n} \ , \ \mathrm{X} \right| = \left| \xi \ , \ \frac{\partial \xi}{\partial u_1} \ , \dots , \ \frac{\partial \xi}{\partial u_n} \ , \ \Xi \right| .$$

Alors, on a simplement $F_3 \equiv \Lambda_3$ et on peut poser

$$(9) \qquad \mathrm{X} = \frac{1}{n} \Delta_2 x \ , \ \Xi = \frac{1}{n} \Delta_2 \xi ,$$

où Δ_2 est le paramètre différentiel second formé par rapport à F_2. La quadrique par rapport à laquelle les hyperplans polaires des points

$$\lambda x + \lambda_1 \frac{\partial x}{\partial u_1} + \cdots + \lambda_n \frac{\partial x}{\partial u_n} + \mu \Delta_2 x$$

sont

$$\lambda \xi + \lambda_1 \frac{\partial \xi}{\partial u_1} + \cdots + \lambda_n \frac{\partial \xi}{\partial u_n} + \mu \Delta_2 \xi$$

peut être appelée la *quadrique de Lie*, se réduisant à celle qui est connue sous ce nom pour $n = 2$. On a la propriété suivante: Si l'on choisit dans l'hyperplan ξ un espace E_ν a ν dimensions $(1 \leq \nu \leq n)$ passant par le point x, les quadriques de Lie (à ν dimensions) des sections de Π par tous

les espaces à $\nu + 1$ dimensions contenant E_ν sont situées sur une quadrique à n dimensions.

3. On achève la détermination des facteurs de proportionalité (1) soit en choisissant le facteur de la forme F_2, soit le facteur des ξ, par exemple. Ce dernier choix est d'ailleurs (à un facteur *numérique* des ξ près) équivalent au choix de la congruence $x\mathrm{X}$, liée à la condition unique d'être *conjuguée* à Π au sens expliqué plus haut. On peut appeler la droite $x\mathrm{X}$ la *normale* de la métrique définie par la forme F_2 (2). En général, par chaque point de Π passent $2^n - 1$ géodésiques de cette métrique, dont les plans osculateurs contiennent la normale. Les tangentes de ces géodésiques forment la généralisation des trois *tangentes de Segre* du cas $n = 2$. Elles sont d'ailleurs indépendantes du facteur de F_2 et peuvent être définies comme les directions ayant la même polaire linéaire par rapport aux deux cônes apolaires $F_2 = 0$ et $F_3 = 0$.

4. Supposons maintenant que les x, ξ, toujours fonctions de n paramètres $u_1 \dots u_n$, satisfaisant aux conditions

$$\mathrm{S}\,\xi x = \mathrm{S}\,\xi\,dx = 0,$$

sont les coordonnées dans un espace linéaire à *plus* de $n + 1$ dimensions. On a alors une *variété d'élements* à n dimensions. On peut, comme précédemment, former les formes F_2, Λ_3, F_3. Mais ici, on ne peut plus, en général, déterminer les facteurs de proportionnalité de manière d'avoir $F_3 = \Lambda_3$. Pour $(u_1, \dots, u_n)$ données, projetons les plans osculateurs des courbes tracées sur la variété des points x, le centre de projection étant l'espace d'intersection de ξ, $\frac{\partial \xi}{\partial u_1}, \dots, \frac{\partial \xi}{\partial u_n}$. Si une correspondance entre deux variétés d'éléments est telle que, pour chaque couple d'éléments correspondantes, les deux ensembles d'espaces projetants que je viens de définir sont *homographiques*, on peut dire, en généralisant la locution de M. Fubini, que les deux variétés d'éléments sont *projectivement applicables*. Or la condition analytique pour l'applicabilité projective des variétés d'éléments est l'invariance de la forme différentielle fractionnaire $\frac{F_3}{F_2}$, tout au moins quand cette expression a un sens, c'est-à-dire si $\nabla \neq 0$.

5. Pour les détails, voir le Mémoire *I fondamenti di geometria proiettivo-differenziale secondo il metodo del Fubini* qui paraîtra dans les Annali di Matematica.

(1) Je suppose toujours vérifiée la condition (8).

(2) On voit que si l'on prend pour ξ les coordonnées cartésiennes normales (les cosinus directeurs et la distance de l'origine), on a la normale ordinaire.

Matematica. — *Sulla curvatura geodetica delle linee appartenenti ad una varietà qualunque.* Nota di Joseph Lipka, presentata dal Socio T. Levi-Civita.

Il parallelismo di Levi-Civita annunziato la prima volta nel 1917 (1) ha avuto molte applicazioni notevoli e ci ha condotto a risultati importanti. Lo scopo di questa Nota è di mostrare come la curvatura geodetica in un punto qualsiasi di una curva in una varietà qualunque può essere definita intrinsecamente per mezzo della nozione di parallelismo; questa definizione è un'estensione semplice di quella della curvatura ordinaria in uno spazio euclideo.

Consideriamo una curva γ in una varietà qualunque, dove il quadrato dell'elemento lineare è dato da

$$ds^2 = \sum_{1}^{n}{}_{rt} a_{rt}\, dx_r\, dx_s . \tag{1}$$

Sia s l'arco di γ contato a partire da un'origine arbitraria.

Siano P *e* Q *due punti di γ infinitamente vicini corrispondenti a s e $s + ds$. In* Q, *costruiamo la tangente a γ e la parallela (secondo Levi-Civita) alla tangente in* P. *Se si designa con $d\omega$ l'angolo di queste direzioni, si definisce la curvatura geodetica di γ in* P, *mediante la*

$$\frac{1}{\varrho} = \lim_{ds \to 0} \frac{d\omega}{ds} . \tag{2}$$

Ora, in una varietà euclidea, il parallelismo di Levi-Civita coincide col parallelismo ordinario, sicchè l'angolo $d\omega$ si identifica col cosidetto angolo di contingenza, e per conseguenza la nostra definizione della curvatura geodetica coincide con quella della curvatura ordinaria.

La definizione usuale della curvatura geodetica in un punto P di una curva in una varietà qualunque, data dal Bianchi (2), è la seguente: Sia g la geodetica in P nella direzione di γ; sulle γ e g si prendano uguali ele-

(1) *Nozione di parallelismo in una varietà qualunque, e conseguente specificazione geometrica della curvatura Riemanniana* [Rendic. del Circolo Matematico di Palermo, tomo 42, 1917].

(2) *Geometria differenziale*, 2ª edizione, vol. I, pag. 363.

menti lineari PQ e PR; allora, la curvatura geodetica di γ in P si definisce come

$$\frac{1}{\varrho} = \lim_{Q \to P} \frac{2QR}{(PQ)^2},$$

la cui espressione analitica si trova essere

$$(3)\quad \frac{1}{\varrho^2} = \sum_{1}^{n}{}_{rt} a_{rt} \left[\frac{d^2 x_r}{ds^2} + \sum_{ik} \left\{ \begin{matrix} ik \\ r \end{matrix} \right\} \frac{dx_i}{ds} \frac{dx_k}{ds} \right] \left[\frac{d^2 x_t}{ds^2} + \sum_{ik} \left\{ \begin{matrix} ik \\ t \end{matrix} \right\} \frac{dx_i}{ds} \frac{dx_k}{ds} \right].$$

Vogliamo costruire l'espressione analitica di $1/\varrho$ data dalla nostra definizione, e mostriamo che questa è d'accordo con quella data dal Bianchi.

Designiamo con a_{rt} i valori in Q dei coefficienti della forma fondamentale (1), cioè

$$(4)\quad \bar{a}_{rt} = a_{rt} + \frac{da_{rt}}{ds} ds + \tfrac{1}{2} \frac{d^2 a_{rt}}{ds^2} ds^2 \ (^1).$$

Sia $\xi^{(r)}$ il sistema contravariante (parametri) di una direzione generica uscente da P, con che

$$(5)\quad \sum_{rt} a_{rt} \xi^{(r)} \xi^{(t)} = 1;$$

e sia $\xi^{(r)} + \frac{d\xi^{(r)}}{ds} ds + \frac{1}{2} \frac{d^2 \xi^{(r)}}{ds^2} ds^2$ il sistema contravariante (parametri) di una direzione corrispondente uscente da Q; avremo analogamente

$$(6)\quad \sum_{rt} \bar{a}_{rt} \left(\xi^{(r)} + \frac{d\xi^{(r)}}{ds} ds + \tfrac{1}{2} \frac{d^2 \xi^{(r)}}{ds^2} ds^2 \right) \times \left(\xi^{(t)} + \frac{d\xi^{(t)}}{ds} ds + \tfrac{1}{2} \frac{d^2 \xi^{(t)}}{ds^2} ds^2 \right) = 1.$$

La condizione che la direzione in Q sia parallela alla direzione in P è (2)

$$(7)\quad \frac{d\xi^{(r)}}{ds} + \sum_{ik} \left\{ \begin{matrix} ik \\ r \end{matrix} \right\} x'_i \xi^{(k)} = 0 \qquad (r = 1, 2, \ldots, n),$$

dove $x'_r = \frac{dx_r}{ds}$ individua la direzione di trasporto PQ o la tangente in P.

Ora, se $\xi^{(r)}$ coincide con x'_r, la parallela in Q alla tangente in P ha i parametri

$$x'_r + \frac{d_1 x'_r}{ds} ds + \tfrac{1}{2} \frac{d_1^2 x'_r}{ds^2} ds^2 \qquad (r = 1, 2, \ldots, n),$$

(1) Per il nostro scopo, non è necessario di prendere lo sviluppo dei valori delle funzioni in Q al di là di termini del 2° ordine in ds.

(2) Cfr. nota (1), pag. 7.

colle condizioni

$$(6') \quad \sum_{rt} \bar{a}_{rt}\left(x'_r + \frac{d_L x'_r}{ds}\,ds + \tfrac{1}{2}\frac{d_L^2 x'_r}{ds^2}\,ds^2\right)\times \times\left(x'_t + \frac{d_L x'_t}{ds}\,ds + \tfrac{1}{2}\frac{d_L^2 x'_t}{ds^2}\,ds^2\right) = 1\,,$$

$$(7') \quad \frac{d_L x'_r}{ds} + \sum_{ik}\left\{\begin{matrix} i\,k \\ r \end{matrix}\right\} x'_i\,x'_k = 0 \qquad (r = 1\,,2\,;\ldots,n).$$

Inoltre, se si designano con

$$x'_r + \frac{d_T x'_r}{ds}\,ds + \tfrac{1}{2}\frac{d_T^2 x'_r}{ds^2}\,ds^2 \qquad (r = 1\,,2\,,\ldots,n)$$

i parametri della direzione tangente in Q, questi sono legati dalla condizione

$$(6'') \quad \sum_{rt} \bar{a}_{rt}\left(x'_r + \frac{d_T x'_r}{ds}\,ds + \tfrac{1}{2}\frac{d_T^2 x'_r}{ds^2}\,ds^2\right)\times \times\left(x'_t + \frac{d_T x'_t}{ds}\,ds + \tfrac{1}{2}\frac{d_T^2 x'_t}{ds^2}\,ds^2\right) = 1\,.$$

È comodo di scrivere

$$(8) \quad \frac{d_T x'_r}{ds} + \sum_{ik}\left\{\begin{matrix} i\,k \\ r \end{matrix}\right\} x'_i\,x'_k = \beta_r \qquad (r = 1\,,2\,,\ldots,n),$$

dove le β_r sono funzioni di s, cioè dipendono dalle equazioni della curva γ. Introduciamo anche le abbreviazioni

$$(9) \quad \alpha_r = \sum_{ik}\left\{\begin{matrix} i\,k \\ r \end{matrix}\right\} x'_i\,x'_k \qquad (r = 1\,,2\,,\ldots,n).$$

Si ha, finalmente, in Q, la parallela alla direzione tangente in P coi parametri $x'_r - \alpha_r\,ds - \frac{1}{2}\frac{d\alpha_r}{ds}\,ds^2$, e la direzione tangente in Q coi parametri $x'_r + (\beta_r - \alpha_r)\,ds + \frac{1}{2}\left(\frac{d\beta_r}{ds} - \frac{d\alpha_r}{ds}\right)ds^2$; questi parametri essendo legati dalle identità

$$(10) \quad \begin{cases} \sum_{rt} \bar{a}_{rt}\left\{x'_r - \alpha_r\,ds - \frac{1}{2}\frac{d\alpha_r}{ds}\,ds^2\right\}\left\{x'_t - \alpha_t\,ds - \frac{1}{2}\frac{d\alpha_t}{ds}\,ds^2\right\} = 1\,, \\ \sum_{rt} \bar{a}_{rt}\left\{x'_r + (\beta_r - \alpha_r)\,ds + \frac{1}{2}\left(\frac{d\beta_r}{ds} - \frac{d\alpha_r}{ds}\right)ds^2\right\}\times \\ \qquad \times\left\{x'_t + (\beta_t - \alpha_t)\,ds + \frac{1}{2}\left(\frac{d\beta_t}{ds} - \frac{d\alpha_t}{ds}\right)ds^2\right\}. \end{cases}$$

L'angolo $d\omega$ di queste due direzioni è dato da

$$(11)\quad \cos d\omega = \sum_{rt} \bar{a}_{rt} \left\{ x'_r - \alpha_r\, ds - \tfrac{1}{2} \frac{d\alpha_r}{ds}\, ds^2 \right\} \times$$
$$\times \left\{ x'_t + (\beta_t - \alpha_t)\, ds + \tfrac{1}{2} \left(\frac{d\beta_t}{ds} - \frac{d\alpha_t}{ds} \right) ds^2 \right\}.$$

Per la prima identità (10), la (11) diviene

$$(12)\quad \cos d\omega = 1 + \sum_{rt} \bar{a}_{rt} \left(x'_r - \alpha_r\, ds - \tfrac{1}{2} \frac{d\alpha_r}{ds}\, ds^2 \right) \left(\beta_t\, ds + \tfrac{1}{2} \frac{d\beta_t}{ds}\, ds^2 \right).$$

Sottraendo le due identità (10) membro a membro, si ha

$$(13)\quad 2 \sum_{rt} \bar{a}_{rt} \left(x'_r - \alpha_r\, ds - \tfrac{1}{2} \frac{d\alpha_r}{ds}\, ds^2 \right) \left(\beta_t\, ds + \tfrac{1}{2} \frac{d\beta_t}{ds} \right) +$$
$$+ \sum_{rt} \bar{a}_{rt} \left(\beta_r\, ds + \tfrac{1}{2} \frac{d\beta_r}{ds}\, ds^2 \right) \left(\beta_t\, ds + \tfrac{1}{2} \frac{d\beta_t}{ds}\, ds^2 \right) = 0,$$

e sostituendo in (12), risulta

$$(14)\quad \cos d\omega = 1 - \tfrac{1}{2} \sum_{rt} \bar{a}_{rt} \left(\beta_r\, ds + \tfrac{1}{2} \frac{d\beta_r}{ds}\, ds^2 \right) \left(\beta_t\, ds + \tfrac{1}{2} \frac{d\beta_t}{ds}\, ds^2 \right).$$

Coll'espressione di $\bar{a}_{rt}$ fornita dalla (4), e sviluppando, si ha subito

$$(15)\quad \cos d\omega = 1 - \tfrac{1}{2} \sum_{rt} a_{rt}\, \beta_r\, \beta_t\, ds^2 + (\text{termini in } ds^3, \text{ ecc.}).$$

Ma

$$(16)\quad \cos d\omega = 1 - \tfrac{1}{2} (d\omega)^2 + \cdots.$$

Perciò

$$(d\omega)^2 + \cdots = \sum_{rt} a_{rt}\, \beta_r\, \beta_t\, ds^2 + \cdots,$$

e quindi

$$(17)\quad \lim_{ds \to 0} \left(\frac{d\omega}{ds} \right)^2 = \sum_{rt} a_{rt}\, \beta_r\, \beta_t.$$

Finalmente, sostituendo i valori di β_r da (8), e scrivendo $x'_r = \dfrac{dx_r}{ds}$, si ricava

$$(18)\quad \frac{1}{\rho^2} = \sum_{rt} a_{rt} \left[\frac{d^2 x_r}{ds^2} + \sum_{ik} \left\{ \begin{matrix} i\,k \\ r \end{matrix} \right\} \frac{dx_i}{ds} \frac{dx_k}{ds} \right] \left[\frac{d^2 x_t}{ds^2} + \sum_{ik} \left\{ \begin{matrix} i\,k \\ t \end{matrix} \right\} \frac{dx_i}{ds} \frac{dx_k}{ds} \right],$$

che coincide con l'espressione analitica (3) trovata dal Bianchi.

Matematica. — *Nuovo metodo d'approssimazione per la soluzione del problema di Dirichlet.* Nota di M. Picone, presentata dal Socio R. Marcolongo.

Fin dallo scorso agosto sono in possesso di alcuni nuovi risultati concernenti l'integrazione approssimata delle equazioni lineari alle derivate parziali del second'ordine totalmente ellittiche della fisica-matematica. Dietro l'autorevole incitamento del Prof. Marcolongo mi decido a comunicare alla Accademia dei Lincei, in forma molto riassuntiva, taluni di quei risultati dai quali scaturisce un nuovo metodo di calcolo approssimato per la soluzione del problema di Dirichlet, metodo che, a mio modo di vedere, *può veramente proporsi al fisico*. La sistematica esposizione di questi miei studî è in corso di pubblicazione nel *Journal de mathématiques pures et appliquées*.

1. Le funzioni $f_0(s), f_1(s), \dots, f_n(s), \dots$, costituenti una successione illimitata, siano definite nell'intervallo $(0, l)$, esse si diranno *linearmente indipendenti in* $(0, l)$ se, per ogni valore di n, sono tali le $n+1$ funzioni $f_0, f_1, \dots, f_n$. Se le funzioni del considerato sistema illimitato $[f_k(s)]$ sono, ciascuna, di quadrato sommabile in $(0, l)$, il sistema si dirà *completo in* $(0, l)$, quando per ogni funzione $f(s)$, definita in $(0, l)$ ed ivi di quadrato sommabile, per la quale si ha simultaneamente

$$\int_0^l f_k(s) f(s)\, ds = 0 \qquad (k = 0, 1, 2, \dots),$$

si deduce

$$\int_0^l [f(s)]^2\, ds = 0.$$

2. Metodo d'approssimazione dei minimi quadrati. — Dato, in $(0, l)$, il sistema completo $[f_k]$ di funzioni linearmente indipendenti, volendo, per combinazioni lineari di queste funzioni, approssimare in tutto $(0, l)$, un'assegnata funzione $f(s)$, ivi di quadrato sommabile, si determinino per ogni valore di n, le costanti $a_0^{(n)}, a_1^{(n)}, \dots, a_n^{(n)}$ in modo da rendere minimo l'integrale:

$$\int_0^l (f - a_0^{(n)} f_0 - a_1^{(n)} f_1 - \dots - a_n^{(n)} f_n)^2\, ds,$$

si determinino cioè quelle costanti in modo da soddisfare al seguente sistema

di equazioni lineari

$$(1) \qquad \sum_{k=0}^{n} a_k^{(n)} \int_0^l f_i f_k \, ds = \int_0^l f f_i \, ds \qquad (i = 0, 1, \ldots, n),$$

si dimostra allora che:

La combinazione lineare $F_n(s) = a_0^{(n)} f_0(s) + a_1^{(n)} f_1(s) + \cdots + a_n^{(n)} f_n(s)$, *al divergere di* n, *converge in media, su* $(0, l)$, *verso la funzione* $f(s)$.

3. Completezza dei polinomii armonici sopra una qualunque curva regolare. — Sia z la variabile complessa sul piano (x, y) e si ponga:

$$u_0(x, y) = 1 \ , \ u_{2\nu-1}(x, y) = -\mathrm{R}[i z^\nu] \ , \ u_{2\nu}(x, y) = \mathrm{R}[z^\nu],$$
$$(\nu = 1, 2, \ldots),$$

si dimostra il seguente:

Teorema fondamentale. — *Comunque si assegni nel piano* (x, y) *una curva regolare* Γ *di arco* s — *chiusa o aperta, priva di punti multipli* — *supposto che i punti di* Γ *si abbiano tutti al variare di* s *fra* 0 *e* l, *posto*:

$$(2) \qquad u_k(x, y) \text{ su } \Gamma = f_k(s) \qquad (k = 0, 1, 2, \ldots)$$

il sistema $[f_k(s)]$ *è sempre completo in* $(0, l)$, *ed è di funzioni ivi linearmente indipendenti.*

Se, in particolare, la curva Γ è un cerchio o un arco di cerchio, di raggio *uno*, si ha la nota completezza del sistema $[\cos ks, \operatorname{sen} ks]$; se la curva Γ è un segmento rettilineo, dell'asse delle x, si ha la nota completezza del sistema $[x^k]$.

4. Nuovo metodo d'approssimazione per la soluzione del problema di Dirichlet. — Sia Ω un assegnato dominio regolare (semplicemente connesso) — affatto arbitrario — del piano (x, y), sussiste il seguente

Teorema. — *Comunque si assegni sul contorno* Γ *di* Ω *una funzione* $f(s)$ *del suo arco* s, *di quadrato sommabile, considerate le funzioni* $f_k(s)$ *definite dalle* (2), *si risolva, per ogni valore di* n, *il sistema lineare* (1) *e si ponga*

$$U_n(x, y) = a_0^{(n)} u_0(x, y) + a_1^{(n)} u_1(x, y) + \cdots + a_n^{(n)} u_n(x, y),$$

si ha allora che: I) *Il polinomio armonico* $U_n(x, y)$, *al divergere di* n, *converge su* Γ, *in media, verso la funzione* $f(s)$. II) *In ogni dominio completamente interno ad* Ω, *il polinomio armonico* $U_n(x, y)$, *al divergere di* n, *converge uniformemente verso una funzione armonica* $u(x, y)$. III) *Se esiste in* Ω *una funzione armonica che, su* Γ, *prende i valori rappresentati da* $f(s)$, *essa non può essere che la funzione* $u(x, y)$ *testè indicata.*

5. Identici risultati si hanno per il calcolo approssimato della soluzione del problema di Dirichlet per l'equazione $\Delta_2 u = 0$, in tre variabili.

È per me motivo di compiacimento l'essermi incontrato, nel proporre questi nuovi metodi di calcolo per la soluzione del problema di Dirichlet, con l'eminente fisico Marcel Brillouin del Collegio di Francia. Devo alla cortesia di Henri Villat — il nuovo direttore del *Journal de Mathématiques* — la conoscenza, a ricerca compiuta, della memoria del Brillouin: *La méthode des moindres carrés et les équations aux dérivées partielles de la Physique mathématique*, pubblicata, durante la guerra, nel fascicolo settembre-ottobre 1916 degli *Annales de Physique* (tome VI, pp. 137-223). In questa memoria, per taluni casi particolari, supponendo sempre di rotazione il dominio per il quale si vuol risolvere il problema di Dirichlet, il Brillouin propone e raccomanda metodi di calcolo d'approssimazione per la soluzione del problema indicato, che rientrano appunto nei miei. Il Brillouin non dimostra però la convergenza dei proposti metodi d'approssimazione, anzi conclude testualmente così:

« Les séries ainsi construites ne sont pas sans défaut. D'abord, il faudrait « savoir quelles sont les conditions de convergence certaine dans l'espace « compris entre les frontières. J'espère que quelques mathématiciens atta- « queront cette question délicate. . . . . .

. . . . . .

« Bien que ce travail soit uniquement théorique, l'absence (que je re- « grette) de démonstrations de convergence ne permet guère de le classer « sous la rubrique « Physique mathématique ». Ce n'est qu'une méthode « universelle d'organisation des calculs numériques rélatifs aux équations aux « dérivées partielles linéaires ».

Astronomia. — *Sugli indici di colore e sugli spettri delle stelle doppie.* Nota di Giorgio Abetti, presentata dal Socio A. Di Legge.

I principali osservatori di stelle doppie, come W. Struve e Dembowski, oltre alla stima delle grandezze delle componenti, dànno il loro colore espresso in varî gradi di una scala cromatica dal violetto al rosso. Benchè su questa scala possono avere influenza fenomeni fisiologici (1), la grandezza e gli errori dei mezzi ottici adoperati tuttavia, come è stato più volte discusso da varî autori, tali stime di colore concordano in massima fra di loro e con le determinazioni posteriori dei tipi spettrali almeno per le stelle più lucenti.

(1) L. Bell, *Star colors*. Astrophys. Journ., 31, p. 234. 1910.

Struve notava che la differenza di colore assoluta fra le componenti di una stella doppia cresce con la loro differenza di grandezza e recentemente ciò veniva confermato da Wirtz prendendo in esame le stime di colore da lui eseguite e quelle di Dembowski (1).

Un altro fatto notevole fu recentemente scoperto da Lau (2) il quale separando i sistemi giganti dai sistemi nani per mezzo dei loro moti proprî trova, in base alle stime di colore di Wirtz, che per i tipi spettrali *K* ed *M* vi è una dipendenza fra i moti proprî ridotti all'unità di distanza e le differenze di colore delle componenti (A e B) nel senso che per le coppie con piccolo moto proprio la differenza è negativa, cioè la componente minore è più rossa della principale, mentre il contrario accade per le coppie con notevole moto proprio. La differenza fra le luminosità assolute dei sistemi giganti e nani considerati da Lau è di sei classi di grandezza.

Wirtz riprendendo in esame l'argomento col discutere dettagliatamente le stime di Dembowski giunge ad un risultato analogo a quello di Lau (3), però egli osserva come una considerazione statistica, che dipende dal modo come sono ordinati i colori delle componenti A rispetto alle componenti B, basti a spiegare l'andamento notato da Lau. A prova di questo Wirtz, dopo aver preso in considerazione le doppie fisiche tratta anche quelle ottiche e giunge appunto allo stesso risultato provando che questo è una conseguenza necessaria della distribuzione accidentale dei tipi spettrali nelle coppie fisiche ed ottiche. Ma una maggiore conoscenza delle caratteristiche fisiche dei sistemi giganti e nani permette ora una migliore indagine sul fatto avvertito da Lau e di separarlo dalla considerazione statistica che tende a mascherarlo.

Fino a questo momento sono relativamente pochi i sistemi di cui si conoscono gli spettri per ambedue le componenti, la parallasse e quindi la grandezza assoluta; tuttavia nel catalogo di parallassi spettroscopiche di Monte Wilson (4) e nel Catalogo Henry Draper di Harvard si trova un certo numero di sistemi fisici per i quali sono dati gli spettri di ambedue le componenti. Quelli determinati a Monte Wilson col riflettore di 60 pollici ed uno spettrografo a fenditura con disposizione Cassegrain, e quindi notevole distanza focale, sono generalmente separati l'uno dall'altro, quelli di Harvard determinati con un prisma obiettivo e distanza focale relativamente breve, sono distinti soltanto per coppie che hanno notevole separazione angolare mentre in parecchi casi si ha uno spettro composto. La stima dei colori delle due componenti data da Struve o da Dembowski serve in questo secondo caso a decidere a quale delle componenti spetti l'uno o l'altro spettro. Nel ca-

(1) Astr. Nachr., 5034-35. 1920.
(2) Astr. Nachr., 4898 e 4980. 1917-18.
(3) Loc. cit., pag. 309.
(4) *Contributions Mt. Wilson.* Nr. 199. 1921.

talogo di Monte Wilson è data anche la grandezza assoluta dedotta dalla parallasse spettroscopica e per le coppie che si trovano nel catalogo di Draper una conoscenza approssimata della grandezza assoluta si può avere calcolando, con la formula di Kapteyn e van Rhijn:

$$\log p_m , \mu = -0.690 - 0.0713\, m + 0.645 \log \mu ,$$

la parallasse p in funzione della grandezza visuale apparente m, e del moto proprio del sistema μ il quale, per un numero sufficiente di sistemi, è bene determinato. Per un primo esame del problema e per indicare quale via si debba seguire in seguito per una ricerca più esauriente, questi primi dati possono intanto bastare.

Nel catalogo di Monte Wilson si trovano 47 sistemi in maggioranza nani, in quello di Draper, dalle ore 0 alle 14 di ascensione retta finora pubblicate, si trovano 28 sistemi in maggioranza giganti. Separando questi dai nani ed ordinandoli nei due rami dell'evoluzione stellare secondo la classe spettrale a cui appartiene la componente A, ciò che equivale ad ordinarli secondo la loro grandezza assoluta crescente (1), si ha la tabella:

Sistemi	Spettro Comp. A	Spettro Comp. B	Gr. ass. Comp. A	$i_A - i_B$	Gr. vis. B—A	Massa ☉ = 1	Densità ☉ = 1	Nr. sistemi
			m	*m*	*m*			
Giganti . . .	K 2	F 0	— 0.5	+ 0.80 ± 0.10	+ 2.2 ± 0.2	15	< 0.1	9
	G 3	F 7	— 0.1	+ 0.22 ± 0.13	+ 1.7 ± 0 4	14	< 0.1	7
Intermedi . .	A 2	A 4	+ 0 9	— 0.06 ± 0.04	+ 0.8 ± 0 2	9	0 2	14
	F 3	F 8	+ 2.5	— 0.14 ± 0.07	+ 1 1 ± 0.4	4.4	0.3	10
	F 7	G 4	+ 3.9	— 0.24 ± 0.09	+ 1.3 ± 0.4	2.2	0 4	12
Nani	G 3	G 5	+ 4.8	— 0.07 ± 0.04	+ 0.4 ± 0 2	1.5	0.5	7
	G 7	K 1	+ 5.5	— 0 18 ± 0 05	+ 1.0 ± 0.3	1.2	0 6	7
	K 4	K 6	+ 7 7	— 0.06 ± 0.03	+ 0.8 ± 0 3	1.1	0.8	9

In base alla relazione che passa fra la classe spettrale e l'indice di colore (grandezza fotografica — grandezza visuale), come è data nel Catalogo Draper (2), si deducono le differenze fra gli indici di colore (i_A-i_B) delle due componenti paragonabili alle differenze fra i colori visuali calcolate da Lau e da Wirtz sulle scale cromatiche di Dembowski e di Wirtz stesso. Si vede subito dalla tabella che il fatto notato da Lau, in linea generale, veramente esiste e dipende dalle condizioni fisiche dei sistemi considerati.

(1) Pubbl. del R. Osservatorio di Arcetri, fasc. 39, pag. 31. 1922.
(2) Harvard Annals, vol. 91, pag. 18. 1918.

In quelli giganti la componente principale di classe K è preceduta di due classi dal compagno secondario quando si consideri l'evoluzione stellare nell'ipotesi di Russell. Avanzando la stella principale nel suo stadio di sviluppo, la differenza fra essa ed il compagno tende a diminuire e si annulla per le classi *A* ed *F* nelle quali, come è noto, non vi è distinzione fra sistemi giganti e nani. Procedendo ancora, nella categoria dei sistemi nani la differenza di classe spettrale fra le due componenti sembra divenire costante e tale, che la componente minore precede di circa una mezza classe quella principale. Come caso estremo, che conferma questi risultati, può essere citato quello di α Scorpii, che con una grandezza assoluta di — 2.7 e lo spettro di classe *M a* ha un compagno di grandezza assoluta + 3.2 e di classe *B* 3 [1] e quindi una differenza fra gli indici di colore delle due stelle di + 1.52 grandezze.

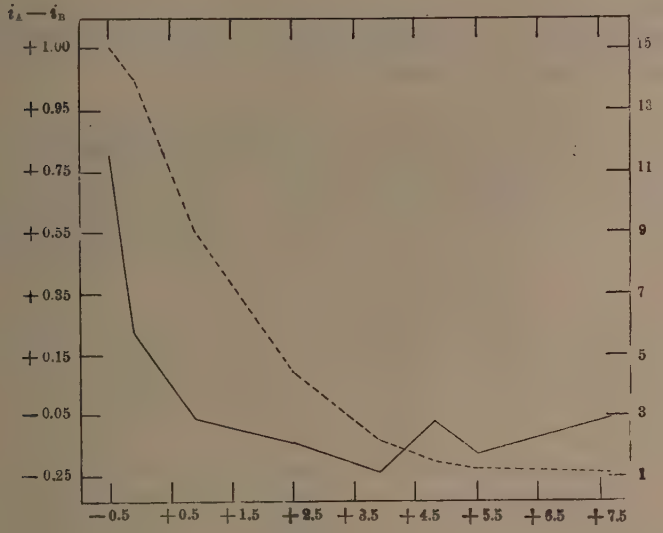
La differenza di grandezza delle componenti è data nella sesta colonna della tabella e non appare che abbia una relazione definita con la differenza di classe spettrale o dell'indice di colore, per quanto vi sia un accenno di una maggior differenza di grandezza per i sistemi giganti al confronto di quelli nani. Si deve però notare che per i sistemi considerati la differenza di grandezza delle componenti non supera in generale due classi di grandezza, e ciò per la difficoltà di ottenere lo spettro delle componenti deboli in vicinanza a quello del compagno più luminoso; si può quindi dire che manchi ancora ogni notizia sui sistemi le cui componenti differiscono notevolmente in spendore.

È noto che i sistemi giganti hanno una massa totale considerevolmente maggiore di quella del sole e piccola densità. La massa diminuisce al progredire della classe spettrale ed all'aumentare della grandezza assoluta, fino a ridursi circa uguale a quella del sole per i sistemi nani, mentre la densità aumenta. Nella tabella sono date le masse e le densità che spettano, in base alla loro grandezza assoluta, ai tipi medi dei sistemi considerati per ciascuna riga orizzontale secondo i risultati recentemente ottenuti da Seares [2] e da me [3].

Se si traccia l'andamento della differenza di indice di colore (i_A-i_B) delle due componenti e delle masse dei sistemi stessi in funzione della grandezza assoluta si vede nel grafico, che alla diminuzione della luminosità del sistema corrisponde diminuzione di massa ed una analoga diminuzione nella differenza di indice di colore. Si dovrebbe quindi ammettere che tale differenza, o l'equivalente differenza di classe spettrale delle componenti, dipendano dallo stato di evoluzione del sistema forse in relazione alla sua

(1) Publ. Astr. Soc. Pacific., vol. 33, pag. 206. 1921.
(2) Annual Report Mount Wilson for 1921, p. 277. Carnegie Institution of Washington.
(3) Pubbl. Arcetri, fasc. 39, pag. 31, 1922.

origine, che secondo le teorie più rispondenti ai fatti osservati, sembra si debba ascrivere, o alla scissione, o a nuclei adiacenti e indipendenti di una nebulosa, i quali sono rimasti in permanenza nel loro reciproco campo di gravitazione.



Appunto per giungere ad una più completa conoscenza degli indici di colore delle stelle doppie, estendendola a quelle con componenti di splendore molto diverso, si presenta ovvio il procedimento della determinazione delle grandezze fotografiche e fotovisuali con strumenti di distanza focale sufficientemente grande per poter separare le componenti. Una tale ricerca ho iniziato con l'equatoriale di Amici, il quale, come ho recentemente esperimentato, dà buone immagini sia fotografiche che fotovisuali.

Fisica. — *Le proprietà elettriche dell'argento in rapporto alla cristallizzazione* (1). Nota II della dott. Marya Kahanowicz, presentata dal Socio M. Cantone.

La cristallizzazione, riscontrata per mezzo del potere emissivo alle alte temperature (2), ha un'influenza rilevante anche sulle proprietà elettriche del metallo.

Per la *resistenza* elettrica di un filo di 0,25 mm. di diametro ho ottenuto:

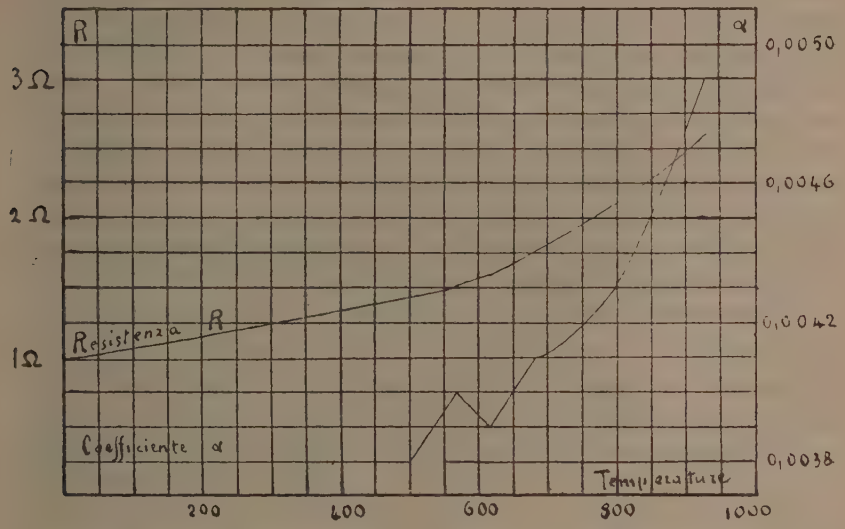
t	R	α	t	R	α
0	0.4690	—	497.3	1.3650	0.0038
61.3	0.5787	0.0038	567.0	1.5223	0.0040
98.3	0.6407	0.0037	616.0	1.5973	0.0039
163.6	0.7568	0.0038	652.1	1.7043	0.0040
224.5	0.8678	0.0039	681.7	1.7773	0.0041
294.4	0.9893	0.0038	797.6	2.0913	0.0043
355.2	1.0986	0.0038	849.3	2.2758	0.0045
440.3	1.2563	0.0038	927.0	2.5803	0.0049

avendo indicato con R la resistenza espressa in ohm, con t la temperatura centigrada e con α il coefficiente medio di variazione della resistenza colla temperatura. Il confronto delle curve qui annesse con quella di emissione ci porta a concludere che il coefficiente α fornisce un elemento molto sensibile per rilevare le modificazioni di struttura che subisce il metallo sottoposto a processi termici, avendosi in corrispondenza della zona di trasformazione un passaggio brusco da una legge di proporzionalità ad una legge crescente. Dall'andamento del detto coefficente si deduce che l'argento fino a 570° C. ca. si comporta secondo le vedute teoriche, avendosi in media per α un valore costante, molto vicino a quello teorico, e precisamente 0,0038; da 500° a 800° C. subisce una trasformazione, in seguito alla quale acquista

(1) Lavoro eseguito nell'Istituto di Fisica sperimentale della R. Università di Napoli.

(2) M. Kahanowicz, *Potere emissivo dell'argento in rapporto alla cristallizzazione* Questi Rendiconti, pag. 313.

una struttura complicata, ed α diventa rapidamente crescente secondo una funzione di 2° grado.



Nel modo identico il metallo si comporta rispetto al *potere termoelettrico*. Dai valori ottenuti

t	94.7	203.4	296.2	395.5	502.1	600.5	670.7	703.0	795.1	861.8	943.7
e	218	672	1192	1935	2908	4100	5114	5634	7196	8459	10192,

dove e indica la f. e. m. rispetto al platino espressa in mikrovolta e t la temperatura centigrada, si deducono le funzioni:

$$e = 68 + 0{,}8934\, t + 0{,}009643\, t^2 \text{ fino a } 600°$$
$$e = 1500 - 3{,}837\, t + 0\,01382\, t^2 \text{ da } 795° \text{ fino alla fusione.}$$

Si vede quindi che, analogamente al coefficiente α, anche il potere termoelettrico subisce un rapido incremento colla cristallizzazione, avendosi per $\frac{d^2e}{dt^2}$ un salto dal valore 0.0193 al valore 0,0276. Inoltre è da notare che per il metallo cristallizzato i parametri della funzione (e, t) diventano maggiori.

Noto un particolare già rilevato da me nel caso delle leghe, e cioè che l'incrudimento anticipa ed estende la zona di trasformazione (1). Infatti, secondo

(1) Kahanowicz. *Punti di trasformazione di alcuni metalli e leghe in rapporto al potere emissivo.* Raale Accademia Nazionale dei Lincei, vol. XXX, serie 5ª, 2° sem., fasc. 5°-6°. pag. 180.

le indicazioni del potere emissivo la cristallizzazione avviene da 700 a 900° C.; invece dalle manifestazioni delle proprietà elettriche bisogna giudicare che il fenomeno viene spostato, iniziandosi verso 570° e terminando a 800°, e ciò perchè il filo cimentato è stato incrudito col passaggio per la filiera, essendo ridotto in parecchie riprese dal diametro di 5 mm. a 0.25 mm.

Lo studio della resistenza è stato eseguito per mezzo di una spirale avvolta in due strati su di un tubo di quarzo. La spirale, alta 10 cm. ca, veniva collocata assieme alla saldatura dell'elemento Le Chatelier nella regione centrale del forno, dove la temperatura si mantiene sufficientemente uniforme. Per lo studio della f. e. m. si ebbe ricorso alla coppia argento-platino, collocando la saldatura Ag — Pt nel centro del forno in immediata vicinanza di quella dell'elemento Le Chatelier.

Riassumendo, valgono per *l'argento non cristallizzato* le seguenti caratteristiche:

Temperatura centigrada	100	200	300	400	500	550
Potere emissivo relativo (1)	0,056	0,071	0,086	0,101	0,116	0,124
Coeff. medio termico della resist.	0.0038	0,0038	0,0038	0,0038	0,0038	0,0038
F. e. m. rispetto al platino	253.8	632.4	1203.9	1968.3	2925.5	3476.5

Per l'argento cristallizzato le relazioni diventano complicate e riesce difficile precisare i parametri, poichè difficilmente si raggiungono valori costanti. Si ha così un indizio che la struttura cristallina è instabile, e ciò è dovuto al fatto che la cristallizzazione iniziatasi una volta si ripete con ogni riscaldamento, e solo dopo parecchi ricuocimenti l'assetto cristallino diventa definitivo.

Geofisica. — *Sulle correnti aeree concomitanti a determinate disposizioni barometriche secondo le osservazioni aerologiche di Catania.* Nota di Filippo Eredia, presentata dal Corrispondente Luigi Palazzo.

In una precedente nota esaminai i lanci di palloni piloti eseguiti a Catania in quasi un triennio e che raggiunsero per la massima parte altitudini prossime ai 4500 metri; e risultò la prevalenza dei venti del quarto quadrante con l'aumentare dell'altitudine. Il numero dei lanci per quote superiori fu piuttosto scarso; tra 5500 e 7500 metri se ne ebbero soltanto 16 e tutte eseguite alle 9 ore. In alcuni di questi appaiono correnti meridionali con grande costanza alle diverse quote, e se si volesse dedurre la fre-

(1) Questi Rendiconti, pag 313.

quenza dei venti basandosi su detti lanci, verrebbero a modificarsi le conclusioni avanti enunciate. Nasce quindi l'idea che detti lanci siano stati eseguiti durante lo svolgimento di alcune determinate disposizioni barometriche, e pertanto è utile rivolgere la nostra attenzione ai singoli lanci al fine di ricavare la concomitante variazione delle correnti aeree alle diverse quote; e poichè ad alcune perturbazioni atmosferiche si attribuisce una zona di azione che interessa i più bassi strati dell'atmosfera, può anche risultare la possibile influenza esplicata dal massiccio dell' Etna.

Possiamo ordinare i lanci eseguiti a seconda della direzione dei venti in essi ottenuta. In un primo gruppo riuniamo i seguenti lanci nei quali fu quasi costantemente osservata la direzione di NW o NNW: 7 febbraio 1914 fino a 6000 m.; 17 aprile 1913 fino a 6900 m.; 22 novembre 1913 fino a 7500 m.; 6 maggio 1913 fino a 6300 metri; 11 ottobre 1913 fino a 7200 m.; 12 ottobre 1913 fino a 7200 m.; 18 ottobre 1913 fino a 7500 m. La distribuzione barometrica concomitante risulta formata da un anticiclone sui Carpazi, da un secondario anticiclone sulla Spagna, e talora detti anticicloni si distendono sul Mediterraneo, mentre un minimo piuttosto profondo giace sulla Lapponia.

In un secondo gruppo riuniamo i lanci nei quali fu quasi costantemente osservata la direzione di NE o NNE o ENE: 13 dicembre 1912; 17 febbraio 1914, 8 marzo 1913, fino a 6600 m. La disposizione barometrica concomitante è quasi identica a quella notata precedentemente e solo va rilevata la distensione dell'anticiclone dei Carpazi sull'Italia meridionale e talora fino al mare Jonio.

Nei due anzidetti gruppi di lanci ci troviamo quindi sotto l'influenza di due aree di elevata pressione prodotte rispettivamente dallo spostamento degli anticicloni siberiano e atlantico sull'Europa centrale e sul Mediterraneo; e in tali circostanze il minimo del nord d'Europa non esercita azione alcuna su tutto il bacino del Mediterraneo.

Già il Fabris aveva notato che in tali circostanze l'afflusso dell'aria dell'anticiclone verso il minimo avviene sino ad alta quota: e i lanci sopra riportati confermano siffatta interpretazione estendendola fino al mare Jonio, dove sin dai primi strati dell'atmosfera l'afflusso di aria si manifesta con i medesimi caratteri e il monte Etna non produce alcuna modificazione.

In un terzo gruppo di nove lanci si mostrarono predominanti, specialmente a grandi altitudini, correnti meridionali: e questa sensibile prevalenza dei lanci con correnti meridionali va attribuita al fatto che, essendo essi accompagnati da una maggiore trasparenza dell'aria si ebbe la possibilità di spingere le osservazioni delle correnti aeree fino ad alta quota.

Però seguendo le direzioni dei venti osservati in ciascuno dei detti lanci e riportate qui appresso, appaiono caratteri particolari a seconda della direzione del vento dominante.

Altitudine in metri	19-IX 1912	30-X 1912	16-XII 1912	27-X 1913	28-X 1913	15-II 1913	27-XII 1913	27-I 1914	18-II 1914
0	SW	NW	W	NW	SE	NE	NE	WNW	SE
300	WSW	W	N	NW	N	NNE	ESE	WNW	SW
600	E	SW	NW	NE	S	NE	ENE	WNW	WSW
900	NE	ENE	NW	NE	SE	NE	NE	WNW	W
1200	SE	SE	NW	NE	ESE	ENE	NNW	WNW	W
1500	ENE	SE	W	NNE	SSE	ENE	SSE	W	W
1800	SE	SSE	W	N	SSE	ENE	NE	NW	W
2100	WSW	SSW	W	NNW	E	NE	NE	NW	SW
2400	WNW	SW	SW	NNE	ENE	NE	ESE	ESE	WNW
2700	SSE	WSW	W	NE	NE	NNE	S	SSE	SW
3000	S	W	W	NE	E	WNW	SSW	ESE	SSW
3300	SSW	NNW	W	ENE	E	NW	WSW	ESE	SSW
3600	SSW	W	W	ENE	E	W	SSW	E	SSW
3900	S	S	SW	NE	SE	W	S	E	WSW
4200	SSW	S	WSW	NE	SSE	WSW	SSE	ESE	SSW
4500	SSE	S	WSW	WNW	SSW	SW	SSE	SE	SSW
4800	SE	SSE	WSW	W	SSW	WSW	SSE	S	SW
5100	SE	SSE	WSW	W	S	WSW	SSE	SSE	SSW
5400	SE	SSE	SW	W	S	WSW	ESE	SSE	S
5700	SE	SSE	SW	SW	S	WSW	ESE	SSE	SSW
6000	SE	SSE	SW	S	SSW	WSW	SSE	SSE	WSW
6300	SE	SSE	SW	SW	SW	WSW	WSW	S	WSW
6600	SE	SSE	WSW	SW	SSW	SW	SW	S	SSW
6900	SSE	SSE	W	SW	SSW	SW	SW	S	—
7200	SSE	SSE	W	SW	SSW	SW	SW	S	—
7500	SSE	SSE	W	SW	S	SW	SW	SSE	—

Difatti nel lancio del 30 ottobre 1912 a cominciare dalla quota 1200 m., e in quello del 27 gennaio 1914 a cominciare dalla quota 2400 m., si stabiliscono definitivamente le correnti di SE. mentre sappiamo che a tali quote predominano venti del quarto quadrante. Siffatta irregolarità va interpretata con la concomitante distribuzione barometrica.

Il giorno 30 ottobre 1912 si hanno due aree di elevata pressione l'una a 771 su i Carpazi, l'altra a 765 sulla Spagna, mentre un minimo a 736 giace sull'Irlanda; la sera di detto giorno ove al mattino notavasi una lieve diminuzione di pressione rispetto alle regioni circostanti, appare una depressione che il giorno successivo si allarga invadendo anche la valle padana.

Il giorno 27 gennaio 1914 due aree di elevata pressione rispettivamente a 779 e a 770 giacevano sui Carpazi e sulla Spagna, mentre un minimo profondo a 730 si distende sulla Lapponia. Sulla Liguria vi è una

area con pressione di 762 minore della circostante distribuzione barica e il mattino del giorno successivo la troviamo intensificata e dotata di una grande velocità di spostamento, tanto è vero che al mattino del giorno 29 si trova sulle Puglie. I due anzidetti casi mostrano come l'apparizione delle depressioni sul Tirreno viene a manifestarsi con predominanza di correnti meridionali fino ad alta quota. Abbiamo così una conferma all'ipotesi emessa in altra occasione, che cioè le depressioni secondarie del mare ligure appaiono talora intimamente legate a profondi minimi apparsi sull'Europa settentrionale

Il lancio del 19 settembre 1912 è particolarmente interessante perchè indica lo stabilimento decisivo della corrente di SE o SSE a cominciare dall'altitudine di m. 2700. Contemporaneamente si aveva una elevata pressione intorno a 770 che copriva l'Europa settentrionale fino a 775 sull'Inghilterra; siffatta elevata pressione si protendeva anche sulla Rumania ove si aveva pressione vicino a 768 e in Italia si aveva quasi un livellamento intorno a 766, mentre una minore pressione risiedeva sulla Spagna, e sulla Algeria si delinea la più bassa pressione di quel giorno intorno a 761. È la disposizione caratteristica che apporta lo scirocco, e le osservazioni aerologiche di tale giorno ci confermano l'ipotesi da tempo formulata, che cioè la corrente di scirocco è una corrente superiore e su di essa il monte Etna non esercita alcuna azione perturbatrice.

Nei rimanenti lanci compresi nel 3° gruppo e cioè in quelli dei giorni: 18 febbraio 1914; 28 ottobre 1913; 27 ottobre 1913; 15 febbraio 1913; 16 dicembre 1912 e 27 dicembre 1913, si hanno sensibili prevalenze dei venti di SW o SSW o WSW. Nei primi tre di essi le contemporanee disposizioni bariche mostrano come l'approssimarsi delle condizioni favorevoli alla trasformazione delle saccature in depressioni si delinea ad alta quota nelle regioni meridionali.

E difatti il giorno 18 febbraio 1914 il massimo a 765 è sulla Spagna e sui Carpazi e da quivi si distende sull'Italia meridionale e insulare, ove si ha 770 mm.: e il minimo a 736 giace sulla Lapponia con distensione sulla Russia. Sulla rimanente parte della penisola italica la pressione è quasi livellata a 765 e una lieve saccatura si individua sulla Valle Padana attraverso il Veneto, ed appare più distinta il giorno successivo. Il giorno 27 ottobre 1913 si ha il massimo a 770 sui Carpazi, minimo 741 sulle Ebridi e minore pressione a 761 sulla Spagna con tendenza delle isolare basse a distendersi sul Mediterraneo attraverso la Francia; e il giorno successivo 28 una depressione si forma sull'alto Tirreno.

Nel lancio del giorno 15 febbraio 1913 si ha estesa area a 774 sulla Germania e minimo a 744 sulla Irlanda; una lieve depressione a 754 permane sull'Egeo e quantunque una minore pressione a 760 occupi l'Algeria, la depressione si colma.

E infine in quello del giorno 16 dicembre 1912 il massimo a 775 occupa la Spagna, il minimo a 732 si distende sul Baltico protendendosi attraverso la Russia sull'alto Veneto, ma la depressione non viene a formarsi. Le osservazioni aerologiche contemporanee dànno venti di SW o WSW tra 3900 m. e 6900 m. e poi riappaiono i venti di W che predominavano a bassa quota. Questo limitato spessore in cui si ha il predominio di SW prova la poca entità della saccatura, che non trova condizioni favorevoli per manifestarsi.

Da quanto abbiamo esposto risulta come i lanci di palloni piloti eseguiti a Catania hanno indicato le condizioni favorevoli alla formazione di depressioni secondarie o di stabilimento di saccature nelle regioni settentrionali, e siccome nei giorni prossimi a tali speciali depressioni barometriche il cielo si mantiene piuttosto nuvoloso o nebbioso sulle predette regioni, emerge l'importanza dei lanci di palloni piloti nelle regioni meridionali, ove può anche contarsi su di una maggiore serenità e quindi sulla possibilità di scandagliare l'atmosfera fino ad alta quota.

Chimica. — *Reazioni di ossidazione e di riduzione coi cloriti* [1]. Nota di Giorgio Renato Levi, presentata dal Corrisp. G. Bruni [2].

In una Nota precedente [3] ho descritto la preparazione del clorito sodico anidro e del clorito sodico triidrato. I cloriti alcalini, e perciò il clorito sodico, si prestano particolarmente bene allo studio delle proprietà dei cloriti stessi, che possono comportarsi da ossidanti riducendosi a cloruri, o da riducenti ossidandosi a clorati, a seconda delle sostanze con cui reagiscono.

Decomposizione del clorito sodico col riscaldamento. — In questa reazione una parte del clorito sodico si riduce a cloruro mentre l'ossigeno che si forma ossida il rimanente clorito a clorato. Questa reazione può considerarsi parallela a quella, ben nota, di decomposizione del clorato in cloruro e perclorato e può essere realizzata rapidamente a temperature fra 180-200°; in condizioni cioè nelle quali il clorato non può ancora decomporsi. La reazione avviene secondo lo schema:

$$3\,NaClO_2 = 2\,NaClO_3 + NaCl$$

e cioè un terzo del clorito presente viene trasformato in cloruro e due terzi in clorato. Il clorito sodico secco non perde sensibilmente di peso per riscal-

(1) Lavoro eseguito nel Laboratorio di Chimica generale del R. Politecnico di Milano.
(2) Presentata nella seduta del 7 maggio 1922.
(3) Rendiconti dei Lincei, vol. XXXI, pag. 212 (1° sem. 1922).

damento a 180-200°; le diminuzioni avute furono 0,3-0,4 % del peso della sostanza: le quantità di cloruro sodico formate furono controllate precipitando in soluzione neutra con nitrato d'argento e raccogliendo rapidamente in Gooch il cloruro d'argento ottenuto. Il percento di cloro calcolato per la reazione sopra scritta è 13,06 mentre sperimentalmente ottenni 12,78 (media di tre prove di riscaldamento perfettamente concordanti). Intorno ai 200° la massa di cloruro e clorato formata appare quasi completamente fusa.

Decomposizione del clorito sodico in soluzione per azione dello ozono. — Con ossigeno ozonizzato ottenuto da un comune ozonizzatore Siemens e a temperatura ambiente, le soluzioni di clorato sodico non subiscono alcuna alterazione; le soluzioni di clorito vengono invece rapidamente ossidate e il prodotto di ossidazione è biossido di cloro:

$$2Na\,ClO_2 + O_3 + H_2O = 2Na\,OH + O_2 + 2ClO_2.$$

Se la corrente di ossigeno ozonizzato è abbastanza rapida, il biossido di cloro viene trascinato, almeno in parte, da questa e perciò il liquido assume rapidamente forte reazione alcalina; se il biossido di cloro resta nella soluzione reagisce nuovamente con questa dando clorito e clorato sodico secondo (I) e se l'ozono in eccesso ha formato dell'acqua ossigenata, secondo (II) nel modo generale di reazione trovato da Reychler fra perossidi e biossido di cloro: in ogni caso non si forma cloruro.

$$(I)\quad 2Na\,OH + 2ClO_2 = Na\,ClO_2 + Na\,ClO_3 + H_2O$$

$$(II)\quad 2Na\,OH + H_2O_2 + 2ClO_2 = 2Na\,ClO_2 + 2H_2O + O_2.$$

Reazione fra nitriti e cloriti in soluzioni neutre. — Mescolando soluzioni neutre e sufficientemente concentrate di cloriti e nitriti alcalini si ha un notevole sviluppo di calore mentre avviene la reazione:

$$2Na\,NO_2 + Na\,ClO_2 = NaCl + 2Na\,NO_3$$

e perciò la soluzione rimane neutra. In soluzioni diluite occorre riscaldare qualche tempo per completare la reazione; l'andamento di questa venne controllato quantitativamente mescolando soluzioni di clorito e nitrito sodico, quest'ultimo in quantità doppia del teorico, scaldando 15-20 minuti all'ebollizione: la soluzione avuta si porta a volume e si titola facendola cadere da una buretta in una quantità pesata di solfanilato sodico puro

$$(NH_2\,CH_4\,SO_3\,Na.2H_2O)$$

fino a reazione persistente alla carta d'amido iodurata.

Reazione fra ferrocianuri e cloriti. — Scaldando soluzioni neutre di ferrocianuri e di cloriti il liquido assume forte reazione alcalina mentre il

ferrocianuro si ossida a ferricianuro: la reazione avviene secondo lo schema:

$$4K_4\,Fe(CN)_6 + Na\,ClO_2 + 2H_2O = NaCl + 4K_3\,Fe(CN)_6 + 4KOH$$

e può essere condotta a termine neutralizzando l'alcali caustico che si forma con precauzione con acido solforico diluito o aggiungendo un sale, che neutralizza l'alcalinità man mano che si forma, come il solfato di magnesio: in questo secondo caso si forma dell'ossido idrato di magnesio che rimane sospeso nella soluzione.

I clorati in soluzione neutra non ossidano i ferrocianuri.

Reazione fra cloriti e ioduri in soluzione neutra. — La reazione

$$ClO_2^- + 4I^- + 4H^+ = 4I + Cl^- + 2H_2O$$

è stata data da W. Bray (1) in uno studio sistematico sul biossido di cloro. Mi sono preoccupato di stabilire l'andamento della reazione con soluzioni neutre di cloriti puri. I cloriti liberano, a caldo, dalle soluzioni di ioduri dello iodio e la reazione può essere completata aggiungendo una sostanza capace di neutralizzare l'alcalinità prodotta dalla reazione:

$$Na\,ClO_2 + 4KI + 2H_2O = 4I + 4KOH + NaCl$$

per esempio acido borico. La reazione va condotta a bagno maria con apposito dispositivo per evitare la sublimazione dello iodio.

Si può in tal modo determinare i cloriti accanto ai clorati che in queste condizioni non liberano iodio dagli ioduri. Ho in corso una serie di titolazioni di diverse miscele di composti ossigenati del cloro e particolarmente di cloriti e clorati, per stabilire con precisione le migliori condizioni di titolazione dei varî composti ossigenati del cloro anche se sono presenti tutti e quattro contemporaneamente. Questo problema, pur essendo stato precedentemente trattato da altri, non è mai stato condotto in modo completo per la mancanza di cloriti puri.

Le soluzioni neutre dei cloriti non alterano le soluzioni dei bromuri alcalini; in soluzione acida per acido solforico si libera bromo; in modo analogo si comportano i bromati.

In modo diverso si comportano le soluzioni acide di iodati e periodati perchè non si libera iodio in nessuno dei due casi, ma soltanto composti ossigenati di cloro prodotti dalla decomposizione dell'acido cloroso.

Reazione fra solfiti e cloriti. — Le soluzioni neutre reagiscono lentamente secondo l'equazione:

$$2Na_2\,SO_3 + Na\,ClO_2 = 2Na_2\,SO_4 + NaCl$$

(1) Z. f. Phys. Chem., *54* (1906), 563, 569, 731.

e perciò non si altera la neutralità del liquido; con soluzioni di acido solforoso libero la reazione è immediata:

$$2H_2SO_3 + NaClO_2 = 2H_2SO_4 + NaCl.$$

Reazione fra tiosolfati e cloriti. — Mescolando soluzioni neutre di cloriti e tiosolfati si ha uno sviluppo di calore assai notevole mentre la soluzione diventa fortemente acida. Impiegando le quantità stechiometriche la reazione procede principalmente secondo lo schema:

$$Na_2S_2O_3 + 2NaClO_2 + H_2O = 2NaCl + 2NaHSO_4;$$

l'acidità formatasi è però sempre un po' inferiore al calcolato e si forma anche un poco di acido solforoso. L'ossidazione completa di tutto lo zolfo ad acido solforico si ottiene soltanto impiegando un leggero eccesso di clorito. La reazione si compie facilmente, e perciò con forte riscaldamento, anche se la soluzione viene mantenuta neutra con ossido di magnesio sospeso.

Reazione fra solfocianati e cloriti. — Per riscaldamento le soluzioni neutre diventano acide mentre si svolge acido cianidrico. La reazione avviene principalmente secondo lo schema:

$$2NaCNS + 2H_2O + 3NaClO_2 = 2NaHSO_4 + 2HCN + 3NaCl$$

e può essere condotta anche in presenza di ossido di magnesio sospeso nel liquido. Come nella precedente ossidazione dei tiosolfati, si richiede un leggero eccesso di clorito perchè tutto lo zolfo del solfocianato sia ossidato ad acido solforico.

L'*idrogeno solforato* viene ossidato dalle soluzioni neutre dei cloriti che diventano acide per formazione di acido solforico: la reazione si compie a temperatura ordinaria. Anche le soluzioni rese alcaline con alcali caustico vengono ridotte dall'idrogeno solforato.

I *formiati* e gli *ossalati* riducono lentamente a caldo le soluzioni dei cloriti ed il liquido assume reazione alcalina:

$$NaClO_2 + 2HCOONa = NaCl + 2NaHCO_3$$

$$NaClO_2 + 2C_2O_4Na_2 + 2H_2O = NaCl + 4NaHCO_3.$$

Acidificando con acido solforico diluito la reazione si compie rapidamente mentre si svolge anidride carbonica.

Riassumendo, da quanto è stato sopra esposto, risulta che i cloriti si comportano come ossidanti verso tutti i reattivi studiati e come riducenti soltanto verso l'ozono.

Chimica. — *Amiroli isomeri* [1]. Nota del dott. V. Paolini, presentata dal Corrisp. A. Peratoner.

Col nome di Amirolo si indica il composto terpenico di natura alcoolica, isolato da Duliere [2] dall'olio essenziale dell'*Amyris balsamifera* L., della famiglia delle Rutacee.

Tale olio in commercio viene comunemente ricordato col nome di essenza di Sandalo delle Indie Occidentali, per distinguerlo dall'essenza di Sandalo delle Indie Orientali, proveniente da una vera e propria Santalacea.

La differenza più marcata fra le due essenze risiede nel potere rotatorio; l'essenza di *Amyris* è destrogira, mentre l'essenza di Sandalo è sempre sinistrogira. Soden [3] per primo ha dimostrato che l'Amirolo è un miscuglio di due alcooli terpenici, in massima parte liberi, e in minor misura sotto forma di eteri acetici; di questi uno, $C_{15}H_{25}OH$, destrogiro, con $\alpha_D = +36°,00'$ ha punto di ebollizione 299°, l'altro $C_{15}H_{23}OH$, non ancora isolato allo stato puro, bolle a temperatura più bassa ed è inattivo rispetto alla luce polarizzata. La separazione di questi due alcooli, come fu ottenuta dal Soden per mezzo di un procedimento assai elementare quale è la distillazione frazionata dell'essenza, previamente saponificata, è pertanto incompleta, e non si può affermare fino a qual punto i due Amiroli siano composti unici, e non piuttosto miscugli di antipodi ottici.

Il metodo particolarmente adatto alla depurazione degli alcooli terpenici, come è noto, è quello che si basa sulla loro eterificazione con anidride ftalica, e che ripetutamente ho applicato nel passato ad altri termini di questa serie. Dagli ftalati acidi, poi, per saponificazione, si ricavano gli alcooli puri.

Intanto riguardo al caso in ispecie, lo stesso Soden ha potuto osservare che gli eteri composti, ftalico ed acetico, dell'Amirolo non si possono ottenere in modo così semplice come quelli di altri alcooli terpenici, cioè per riscaldamento dell'alcool con le anidridi; quando si riscalda a 100° l'amirolo con anidride ftalica o con anidride acetica, si verificano reazioni secondarie, in quanto che gli agenti acidi provocano la rottura del nucleo terpenico, con eliminazione di acqua e formazione di idrocarburi sesquiterpenici.

(1) Lavoro eseguito nell'Istituto chimico-farmaceutico della R. Università di Roma.
(2) Journ. Pharm. Chim., VI. 7, 583.
(3) Pharm. Ztg., 45 (1900), 878.

Tuttavia anche in questo caso io sono riuscito, non senza difficoltà, alla soluzione del problema, traendo profitto dei buoni risultati conseguiti nello studio precedente di altri alcooli terpenici, tanacetilico, linalolico, santalolo, sabinolo, carvomentoli ecc. ecc.

La modificazione introdotta nel metodo (di Haller) consiste nel far reagire *a freddo* l'anidride ftalica con una soluzione in benzina (petrolica) del derivato (alcoolato) sodico o potassico dell'alcool da eterificare. Escludendo ogni riscaldamento, l'eterificazione procede quantitativamente, ed i prodotti che si ottengono sono privi si sostanze resinose o di idrocarburi, provenienti dai processi di disidratazione ricordati.

Anche questa volta, constatando che lo ftalato acido grezzo è una massa molle, appiccicaticcia, sono ricorso alla formazione di ftalati doppî, scegliendo opportunamente la stricnina o l'argento, per preparare dallo ftalato acido sali ben cristallizzabili, e che si possono facilmente purificare.

La stricnina si presta particolarmente bene, oltre che per le modalità operative, anche perchè, con ciascuno degli stereoisomeri, i quali effettivamente sono contenuti nello ftalato acido grezzo, fornisce (per sdoppiamento del miscuglio) sali di solubilità marcatamente diversa in una mescolanza alcoolica-eterea. Dal sale di stricnina meno solubile, fusibile a 201°, con $[\alpha]_D = +18° 26'$, per azione dell'acido cloridrico al 20 % in presenza di alcool assoluto, misi in libertà lo ftalato acido di amirolo, sempre molle appiccicaticcio, che per saponificazione per potassa alcoolica, fornì un amirolo fortemente destrogiro, con $[\alpha]_D = +74° 16'$ (di fronte a $+36° 00'$ dell'amirolo di partenza), e che possiede i caratteri di una sostanza unica, perchè salificato con anidride ftalica e susseguentemente con stricnina, presenta lo stesso punto di fusione, lo stesso potere rotatorio specifico del prodotto puro sopra descritto.

Il liquido alcoolico etereo, proveniente dalla separazione del superiore sale di stricnina meno solubile, dopo un riposo di 15 giorni, non ne lasciava depositare più cristallo alcuno. Indi per evaporazione del solvente rimase un sale sciropposo derivato da un alcool sinistrogiro. Per isolare quest'ultimo si trasformò tale sale doppio di stricnina, sciropposo, solubile, in sale doppio di argento, insolubile in acqua, e facilmente cristallizzabile dall'alcool.

Dal sale di argento puro, fusibile a 145°, messo in libertà lo ftalato acido, molle, sciropposo, questo in fine per saponificazione con potassa alcoolica, diede amirolo sinistrogiro con $[\alpha]_D = -1° 59'$.

Materiale di partenza. — L'amirolo, fornitomi dalla casa Schimmel e C. di Lipsia, presentava i seguenti caratteri: liquido molto denso, oleoso; $\delta^{15} = 0{,}981 : \alpha_D = +29° 30'$: p. eb. 170° a 16 mm. di pressione.

Fu sottoposto ad una serie sistematica di frazionamenti nel vuoto, e le frazioni con punto di ebollizione più elevato, e più ricche in amirolo de-

strogiro, che mostravano $\alpha_D = +36° 00'$, venivano adoperate per la preparazione dello

Ftalato di Amirolo e stricnina. — Gr. 10 di amirolo sciolti in 100 cc. di benzina di petrolio (70-80°) si pongono a reagire con un leggero eccesso (gr. 3 invece di 1,75) di *potassio* metallico (1), e si favorisce la reazione riscaldando a 40°-50°. Dopo 5, 6 ore la soluzione limpida del sale potassico dell'amirolo, decantata dall'eccesso di metallo, si fa gocciolare nella quantità teorica di anidride ftalica (gr. 6.66) sospesa in 250-300 cc. di etere di petrolio. Si agita continuamente lasciando il tutto a sè per 7 giorni. dopo di che si depone il composto potassico in un magma. Allora si riprende il prodotto della reazione con 300-400 cc. di acqua leggermente alcalina per idrato potassico, ed in tal modo l'etere ftalico acido passa in soluzione nell'acqua sotto forma di sale potassico. Questo liquido acquoso alcalino viene ora acidificato con acido solforico diluito, con che si separa rapidamente una sostanza oleosa, appiccicosa, gialliccia, che nemmeno dopo prolungato riposo sott'acqua, tende a rapprendersi. Viene dapprima purificata sciogliendola in soluzione diluita di carbonato sodico; tale soluzione viene agitata con etere di petrolio che asporta qualche traccia di alcool inalterato; quindi per aggiunta di acido solforico diluito si torna a precipitare l'etere acido, sempre molle, sciropposo.

Lavato e disseccato nel vuoto, viene disciolto in alcool assoluto, ed alla soluzione alcoolica si aggiunge la quantità equivalente di stricnina finamente polverizzata, che subito si discioglie. Il sale di stricnina molto solubile in alcool, per aggiunta di un doppio volume di etere etilico, si separa rapidamente in forma di precipitato bianco cristallino, che viene raccolto su filtro e lavato con etere. Questo sale di stricnina meno solubile deriva da uno stereoisomero destrogiro. Purificato per successive cristallizzazioni dall'etere acetico, fonde costantemente a 201°; cristalli aghiformi, incolori.

0,201 gr. sostanza; 0,550 CO_2; 0,1329 H_2O

$C_6H_4 < \begin{matrix} COOC_{15}H_{25} \\ COOHC_{21}H_{22}N_2O_2 \end{matrix}$ Calcolato C 75,00 H 7,38
Trovato 74,62 » 7,34

Una soluzione contenente gr. 6,3792 di sale in 100 cc. di cloroformio, dà in tubo lungo 2 dcm. $\alpha_D = +2° 20'$ onde $[\alpha]_D = +18° 26'$.

Ftalato acido di d-Amirolo. — Gr. 40 di sale di stricnina, vengono disciolti in 300-400 cc. di alcool assoluto, ed alla soluzione alcoolica si aggiunge acido cloridrico al 20 % in eccesso, in modo da salificare tutta la stricnina; dopo qualche ora per aggiunta di molta acqua si separa lo ftalato acido molle, sciropposo, che non si riesce in nessun modo ad avere sotto

(1) Il sodio metallico è quasi senza azione, anche all'ebollizione del solvente.

altra forma. Raccolto su filtro e lavato con acqua, viene saponificato a caldo con potassa alcoolica; dopo diluizione con acqua, si estrae con etere. Per distillazione dell'etere rimane indietro il

d-Amirolo. — Bolle a 302° senza decomposizione. Liquido denso, oleoso, limpido, di odore poco gradevole:

$$d^{15} = 0{,}982 : \alpha_D = +72°\,50' \quad \text{(tubo lungo 1 dcm.)}$$

onde

$$[\alpha]_D = +74°16'.$$

Questo potere rotatorio specifico venne controllato anche con dati ottenuti mediante le soluzioni alcooliche.

Ftalato di l-Amirolo e di argento. — Dal liquido alcoolico-etereo, che dopo lunghissimo riposo non lascia più separare sale cristalliz ato di stricnina e d-amirolo, si ricava per evaporazione un residuo denso, sciropposo, dal quale si rimette in libertà uno ftalato acido nel modo detto sopra a proposito del sale di stricnina cristallizzabile. Lo ftalato acido risultante, oleoso, viene disciolto nella quantità calcolata di ammoniaca, ed alla soluzione acquosa del sale ammoniacale si aggiunge lieve eccesso di nitrato di argento: si forma subito un precipitato bianco voluminoso, che lavato con acqua e disseccato accuratamente al buio, viene ricristallizzato dall'alcool assoluto sino a punto di fusione costante.

Fonde allora a 145°.

Gr. 0,502 di sale secco diedero 0,1136 di Ag metallico.

	Trovato	Calcolato
Ag%	22,62	22,73

Ftalato acido di l-Amirolo. — Dal sale di argento puro, per riscaldamento a b. maria con soluzione di cloruro di sodio, si prepara lo ftalato di sodio e di amirolo facilmente solubile nell'acqua, mentre tutto l'argento precipita sotto forma di cloruro insolubile.

Dalla soluzione di ftalato di sodio e di amirolo, per aggiunta di acido solforico diluito, precipita lo ftalato acido, oleoso, che viene saponificato a caldo con potassa alcoolica; dopo diluizione con acqua si separa l'amirolo, che viene estratto con etere e distillato.

l-Amirolo. — Liquido limpido, molto denso, incolore, di odore poco gradevole: sinistrogiro.

Bolle a 295°:

$$d^{15} = 0{,}980 : \alpha_D = -1°\,30' \quad \text{(tubo lungo 1 dcm.)}$$

onde

$$[\alpha]_D = -1°\,59'.$$

Chimica. — *Ricerche sui polisalicilidi* [1]. Nota di V. Paolini e S. Scelba, presentata dal Corrisp. A. Peratoner.

L'azione dei cloruri di fosforo sull'acido salicilico conduce alla formazione di un cloruro acido, prodotto intermedio, che poi si trasforma in anidride polimolecolare $\left(C_6H_4\begin{matrix}CO\\|\\O\end{matrix}\right)_n$. Rappresenta questo prodotto un miscuglio complesso, nel quale si contiene con sicurezza un tetrasalicilide $\left(C_6H_4\begin{matrix}CO\\|\\O\end{matrix}\right)_4$, che può isolarsene sotto forma di combinazione cristallina col cloroformio corrispondente alla formula $\left(C_6H_4\begin{matrix}CO\\|\\O\end{matrix}\right)_4 . 2CHCl_3$ [2].

Invece, sotto condizioni sperimentali alquanto differenti dalle sopraccennate, o specialmente sostituendo all'azione dei cloruri acidi quella di disidratanti diversi, quali l'anidride fosforica, la disidratazione avviene in altro modo, cioè fra carbossile salicilico di una molecola e ossidrile fenico di una seconda, originandosi un prodotto di condensazione che appartiene alla classe dei cosidetti depsidi. Il di-depside salicilico più semplice finora ottenuto è il cosidetto Diplosal, prodotto brevettato della casa C. F. Boehringer & Soehne di Mannheim [3], e che va considerato come l'etere salicilico dell'acido salicilico $C_6H_4 <^{OH}_{CO . O . C_6H_4 . COOH}$. L'acido p-ossibenzoico, invece, per semplice riscaldamento fornisce tanto un di-depside, quanto un tri-depside [4].

Purtuttavia tali esempi di sintesi per disidratazione di acidi monossibenzoici liberi costituiscono casi isolati, ed il metodo, tutt'altro che generale, si riferisce solo a pochi derivati di acidi fenol-carbonici.

Recentemente [5] uno di noi ha dimostrato che l'azione del calore sull'acido acetil-salicilico (aspirina) conduce alla formazione di salicilide, pro-

(1) Lavoro eseguito nell'Istituto chimico-farmaceutico della R. Università di Roma.
(2) Anschütz, Annalen, *273*, 76 (1893).
(3) D. R. P. 211403 (Centr. Blatt 1909, II, 319) e 214044 (C. 1909, II, 1285).
(4) Klepl, J. f. prakt. Chem. [2], *28*, 208 (1883).
(5) Paolini, Giornale di chimica industriale ed applicata, *3*, 403 (1921).

dotto polimolecolare, che prende origine dalla eliminazione di acido acetico e da un conseguente processo di condensazione. Tale depside salicilico, con peso molecolare variabile da 6 ad 8 molecole di salicilide, è un miscuglio a composizione non costante, straordinariamente solubile nel cloroformio, soluzione dalla quale, quand'anche sia molto concentrata, non si separa alcuna combinazione cristallina.

Una simile decomposizione, operata esclusivamente dal calore, abbiamo ora potuto constatare per tutti gli eteri dell'acido salicilico presi in esame e costituiti analogamente all'aspirina; e cioè per l'acido benzoil-salicilico

$$C_6H_4<\begin{matrix}O.CO.C_6H_5\\CO.OH\end{matrix},$$

per l'acido propionil-salicilico

$$C_6H_4<\begin{matrix}O.CO.CH_2.CH_3\\CO.OH\end{matrix},$$

per l'acido n-butirril-salicilico

$$C_6H_4<\begin{matrix}O.CO.CH_2.CH_2.CH_3\\CO.OH\end{matrix},$$

e finalmente anche per l'acetil-derivato del Diplosal di Boehringer

$$C_6H_4<\begin{matrix}O.CO.CH_3\\CO.O.C_6H_4.CO.OH\end{matrix}.$$

Tutti questi eteri, riscaldati vicino al punto di fusione, si decompongono, svolgendo subito vapori abbondanti rispettivamente di acido benzoico, propionico, butirrico, acetico, che si possono condensare e riconoscere facilmente dai loro caratteri fisici e chimici. Rimane indietro in tutti i casi una sostanza vetrosa, incolore o appena giallina, che è anidride dell'acido salicilico, cioè salicilide e più propriamente un salicilide polimerizzato $\left(C_6H_4<\begin{matrix}CO\\|\\O\end{matrix}\right)_n$. Avviene cioè un concatenamento di più molecole di acido salicilico, un processo di condensazione con formazione del depside salicilico, o per essere più precisi, di un'anidride di depside salicilico.

Possiamo quindi considerare come generale la reazione di formazione di questi polisalicilidi, i quali si ottengono costantemente per eliminazione di acido dagli eteri salicilici tipo aspirina.

Il materiale di ricerca fu da noi preparato in laboratorio, in uno stato di grande purezza, per azione dei cloruri acidi sul salicilato sodico. In pratica si fa gocciolare lentamente il cloruro di benzoile, il cloruro di propionile, il cloruro di butirrile normale sul salicilato sodico finamente polverizzato, ben disseccato e sospeso nel tetracloruro di carbonio. La reazione segue con svolgimento di calore, e qualche volta è bene raffreddare. Dopo 24 ore di riposo, la poltiglia densa formata si estrae con etere in presenza di acqua, aggiunta in quantità sufficiente per portare in soluzione il cloruro di sodio formatosi. Per distillazione dei solventi rimangono: l'acido benzoil-salicilico, l'acido propionil-salicilico, l'acido n-butirril-salicilico. Il primo viene purificato cristallizzandolo dall'acido acetico al 50 %; costituisce croste cristalline formate da aghi minuti, fusibili a 133°. L'acido propionil-salicilico, e l'acido n-butirril-salicilico si cristallizzano con grande facilità dalla benzina di petrolio (70°-80°): laminette brillanti, setacee. Fondono: a 95° il derivato propionilico ed a 85° quello butirrilico. Nessuno di questi eteri si colora in violetto col cloruro ferrico, ciò che dimostra la loro purezza.

L'acetil-derivato del Diplosal, invece che con cloruro acido, fu preparato, seguendo le indicazioni del brevetto (1), per riscaldamento a bagno maria (90°) del diplosale con anidride acetica in eccesso. A reazione finita si scaccia l'eccesso di anidride e si cristallizza il prodotto dall'acido acetico a 95 %. Aghi bianchi, splendenti, fusibili a 161°-162°.

Come nel caso dell'acido acetil-salicilico, se si riscaldano tutti questi eteri ad una temperatura, che superi di 20-30 gradi il rispettivo punto di fusione, la decomposizione procede rapida, sino a raggiungimento di peso costante, e si perviene ad un prodotto vetroso che per raffreddamento si screpola finamente.

Questo prodotto vetroso è costituito costantemente da un polisalicilide, miscuglio di diversi polimeri, molto solubili in acetone e cloroformio, poco solubili in alcool e benzolo. Questi solventi ci hanno appunto permesso le determinazioni dei pesi molecolari, le quali furono controllate con saggi alcalimetrici. I pesi molecolari oscillano fra 6 ed 8 complessi di salicilide; anzi, nel caso del depside ottenuto dall'acido propionil- e dal butirril-salicilico, tale peso molecolare varia fra 8 e 10 complessi di salicilide. Tali differenze devono attribuirsi alle temperature diverse a cui si opera la decomposizione degli eteri, temperatura che è più bassa per gli ultimi due succennati. In tutti i casi, per saponificazione a caldo con potassa alcoolica, si arriva per scissione del legame etereo —CO . O— unicamente ed integralmente ad acido salicilico.

(1) D. R. P. 236196 (C. 1911, II, 318).

Chimica. — *Sopra la costituzione di alcuni polipirroli* (1). Nota di Antonio Pieroni e di Aldo Moggi, presentata dal Socio A. Angeli.

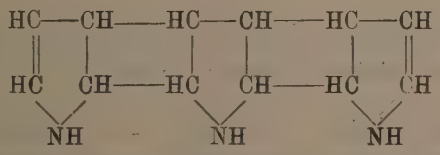
I metodi di formazione dei neri di pirrolo ed i loro caratteri inducono ad ammettere che questi prodotti risultano dall'unione di anelli pirrolici saldamente uniti fra loro; da quando A. Angeli mise in evidenza le sorprendenti analogie esistenti fra questi neri e le melanine naturali, assunse grande importanza lo studio sulla capacità dei nuclei pirrolici a legarsi fra loro e sulla natura dei legami che conseguentemente vengono a stabilirsi.

A. Angeli, con alcuni collaboratori, riuscì nel corso delle sue ricerche, ad isolare accanto al nero che si ottiene per ossidazione del pirrolo, in soluzione acetica con peridrol, i due prodotti $C_8H_{10}N_2O$ (2) e $C_{12}H_{17}O_3N_3$ (3).

Il primo, per le sue proprietà e più specialmente per la sua grande tendenza a dare dei neri, deve logicamente ritenersi il primo termine stabile di ossidazione che il pirrolo dà nelle accennate condizioni.

Cosicchè è presumibile che la determinazione della sua costituzione debba portare una prima luce sul modo che i nuclei pirrolici ossidandosi si legano sino alla formazione di sostanze brune e nere.

In una Nota precedente, uno di noi (4) dimostrò che il prodotto in parola è formato da un anello pirrolico intatto legato in α probabilmente con un anello ossipirrolico; riprendendo queste ricerche abbiamo creduto opportuno estenderle al tripirrolo che è fra i polipirroli il più noto specialmente per gli studî interessanti di Dennstedt. Questo autore (5) attribuì al tripirrolo la formula



(1) Lavoro eseguito nel Laboratorio di Chimica organica dell'Istituto di Studî Superiori di Firenze.

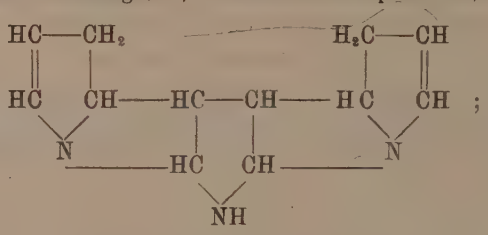
(2) G. C., 46, II, 288.

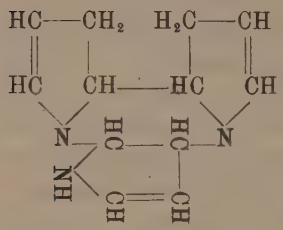
(3) G. C., 50, I, 128.

(4) Q. R., XXX, 316.

(5) B. 20, 856; 21, 1478.

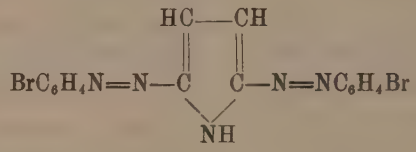
mentre W. Tschelinzew ed i suoi collaboratori (1) fondando le loro deduzioni sulla capacità di reagire dei gruppi imminici col magnesio alchile, secondo il metodo di Tschugajew, ammisero come probabili, le formule:





poichè una sola molecola di magnesio alchile reagisce col tripirrolo (vi sarebbe da osservare a questo proposito che non è ancora provato se due o più gruppi imminici nella stessa molecola sono tutti in grado di reagire col magnesio alchile).

Dalle ricerche compiute da uno di noi sulle « azossiammidi e derivati pirrolici » (2) risulta che la p. bromofenilazossicarbonammide reagisce in opportune condizioni con il pirrolo, l'acido α pirrolcarbonico, l'acetilpirrolo, l'ossidipirrolo, ecc. per dare il composto:



cosicchè quell'azossiammide non solo è un reattivo molto sensibile del pirrolo, ma può servire altresì a scoprire il nucleo pirrolico in molti suoi derivati.

Questa proprietà ci fece intravedere la possibilità di decidere sulla formula da attribuirsi al tripirrolo. Infatti seguendo quantitativamente la reazione fra la p. bromofenilazossicarbonammide, e tripirrolo, si doveva riuscire a determinare quanti nuclei pirrolici sono contenuti come tali nella mole-

(1) C. 1915, I, 1246.
(2) Q. R., XXX, 374.

cola del tripirrolo; evidentemente da prima fu necessario intraprendere lo studio quantitativo della reazione fra l'ammide ed il pirrolo. I risultati sono qui riassunti:

Gr. 0,010 di pirrolo si trattano con gr. 0.10 di p. bromofenilazossicarbonammide sciolta in poco alcool, si aggiungono alcune goccie di una soluzione satura di potassa caustica in alcool metilico; si ha subito intensa colorazione rosso-violetto. Dopo alcune ore di riposo si lascia evaporare spontaneamente l'alcool, si lava con acqua sino a reazione neutra, si secca; per cristallizzazione del residuo dal benzolo, si separano dei magnifici aghi rossi; si raccolgono filtrando alla pompa, si lavano con poche goccie di benzolo; il filtrato evaporato, lascia un residuo costituito dagli stessi aghi frammisti ad una resina bruna; si purificano lavandoli con alcool freddo, dove gli aghi sono praticamente insolubili, mentre si sciolgono bene le impurità che li accompagnano, si aggiungono agli altri aghi e si secca a 80°. Rendimento gr. 0,050 di bis $\alpha\,\alpha'$ p. bromofenilazopirrolo; calcolato gr. 0,064.

Gr. 0,0266 di tripirrolo trattati nell'identico modo, detto sopra, diedero gr. 0,070 di bis $\alpha\,\alpha'$ p. bromofenilazopirrolo, calcolato rispetto al rendimento pratico ottenuto nella determinazione precedente per

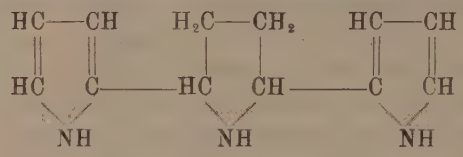
1 nucleo pirrolico	gr. 0,040	di $\alpha\,\alpha'$ p. bromofenilazopirrolo	
2 nuclei pirrolici	gr. 0,080	»	»
3 » »	gr. 0,120	»	»

(occorre notare che la presenza di resina aumenta la solubilità in alcool dell'$\alpha\,\alpha'$ bis azopirrolo e a ciò si deve attribuire almeno in parte la differenza fra il trovato e il calcolato, per due nuclei pirrolici). Così con queste semplici determinazioni si venne a stabilire che nella molecola del tripirrolo sono contenuti almeno due nuclei pirrolici, legati in α od in α' con un terzo nucleo e quindi ad escludere le formule che sino ad ora furono attribuite al tripirrolo. Inoltre, tenuto conto della sua facile scomposizione in indolo, pirrolo ed ammoniaca per effetto del riscaldamento, si doveva logicamente supporre che i due gruppi pirrolici fossero legati ad un altro pirrolidinico. Per avvalorare questa supposizione non rimaneva dunque che dimostrare la presenza del nucleo pirrolidinico, ciò che ci è riuscito ossidando il tripirrolo a caldo con bicromato di potassio ed acido solforico. Gr. 0,065 di tripirrolo, preparato secondo il metodo di Dennstedt, vennero sciolti in poca acqua, acidificati con acido solforico in eccesso ed addizionati di gr. 1 di bicromato potassico, sciolto in cc. 12 di acqua, la miscela venne scaldata a fiamma diretta per qualche ora, l'eccesso di bicromato venne distrutto con poche goccie di alcool etilico e la soluzione raffreddata fu estratta più volte con etere. Distillato l'etere si ottenne come residuo un bel prodotto cristallino, che fuse a 184°, mescolato in parti uguali con acido succinico (p. f. 184°) fuse pure a 184°, per cui nessun dubbio può rimanere sull'identità di questo

acido, con il prodotto di ossidazione che il tripirrolo dà con bicromato ed acido solforico.

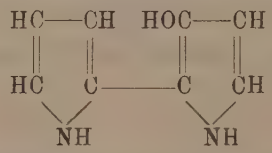
L'aver ottenuto acido succinico, nelle condizioni suesposte, dimostra la preesistenza nel tripirrolo, del nucleo pirrolidinico, il quale per ossidazione, dà notoriamente la succinimmide e quindi l'acido corrispondente, mentre i nuclei pirrolici con bicromato ed acido solforico, danno maleinimmide (1).

Per cui la formula del tripirrolo di Dennstedt è rappresentata da:



Costituzione dell'ossidipirrolo.

Nella Nota (2) più sopra citata a proposito di questo composto è detto che esso deve essere rappresentato probabilmente dalla formula:



o da altra a questa tautomera. Se non che il prodotto in questione per ossidazione con bicromato potassico ed acido solforico dà acido succinico. Gr. 0,25 di ossidipirrolo sciolti in poca acqua vennero addizionati di cc. 38 di una soluzione di gr. 12 di bicromato potassico in 150 di acqua ed acidificati con acido solforico diluito. La soluzione perfettamente limpida venne scaldata lungamente all'ebollizione. Dopo riduzione completa del bicromato per l'aggiunta di due o tre goccie di alcool, fu estratta con etere. L'etere evaporato lasciò un residuo che ricristallizzato dall'etere, fuse a 184°, e pure a 184° fuse la miscela in parti eguali con acido succinico.

All'analisi:

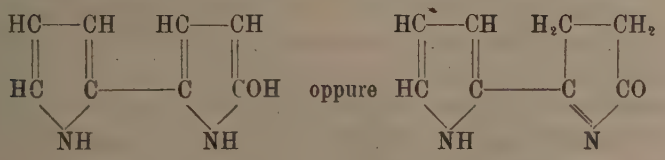
Gr. 0,1325 di sostanza diedero gr. 0,1988 di CO_2 e gr. 0,0621 di H_2O

	Calcolato per acido succinico	Trovato
C %	40,67	40,91
H %	5,12	5,24

ma tenendo conto anche delle reazioni descritte nella Nota citata, per le quali il composto in parola opportunamente ossidato con permanganato dà

(1) Plancher e Cattadori C. 1904, II, 305.
(2) Q. R., XXX, 316.

acido α pirrolcarbonico e trattato con p. bromofenilazossicarbonammide dà il bis $\alpha\ \alpha'$ p. bromofenilazopirrolo, se ne deduce che la formula di costituzione dell'ossidipirrolo, o meglio dell'ossidipirrile è



Riguardo all'altro prodotto $C_{12}H_{17}O_3N_3$, dobbiamo aggiungere che esso pure reagisce con la p. bromofenilazossicarbonammide. Gr. 0,0308 di sostanza trattati al solito modo con gr. 0,25 di p. bromofenilazossicarbonammide diedero gr. 0,025 di $\alpha\ \alpha'$ bis p. bromofenilazopirrolo (p. f. 207°) valore che corrisponde alla presenza di un solo nucleo pirrolico nella molecola del composto. Quest'ultimo risultato mette in evidenza ancora una volta l'importanza che va assumendo in questo genere di ricerche la p. bromofenilazossicarbonammide, la quale con una reazione tanto semplice permette di scoprire e determinare qualitativamente e quantitativamente il nucleo pirrolico.

In una prossima Nota si cercherà di chiarire la costituzione anche di questo secondo prodotto di ossidazione del pirrolo.

Biologia. — *Simbiosi e biofotogenesi.* Nota di U. Pierantoni, presentata dal Socio B. Grassi.

In una sua Nota apparsa in questi Rendiconti (vol. XXXI, fasc. 5°) la sig.na Mortara espone i risultati negativi da lei ottenuti ricercando batterî fotogeni negli organi luminosi di esemplari di *Heteroteuthis dispar* venuti da Messina.

In detta Nota l'A. prende occasione dalle sue esperienze per concludere che « non è assolutamente possibile di ritener dimostrata la necessità di una simbiosi batterica per la produzione della luce nei cefalopodi ». Ora io posso subito dimostrare che le esperienze della sig.na Mortara nulla dimostrano contro i miei studî e contro la mia teoria.

Innanzitutto io non mi sono mai sognato di dire che per aversi la luminescenza sia *necessaria* la simbiosi batterica. Ho dimostrato che in molti casi il fatto è evidente e specialmente fra i cefalopodi di superficie e di piccola profondità dei generi *Sepiola* e *Rondeletia*, nei quali è così chiaro, che può dimostrarsi in dieci minuti a chiunque abbia un po' di pratica di microscopia ed in 24 ore a chiunque voglia seguire gli innesti su terreni di coltura, perchè i batterî fotogeni si rinvengono in masse evidentissime e gli innesti per striscio di dette masse riescono totalmente luminosi in 24

ore e su tutta la superficie strisciata, non per punti isolati come avviene quando si tratta di semplici inquinamenti.

Ho poi espressa la mia modesta opinione (fondata del resto su varî indizî morfologici ed embriologici) che anche in quei casi nei quali batterî veri e proprî non si rinvengono e gli innesti non riescono, ma si trova la nota massa granulosa (la cosiddetta sostanza luminosa), possa essere questa interpretata come di origine batterica: e ciò accade specialmente negli animali di profondità, mentre in quelli di superficie la presenza dei batterî è indiscutibile (1) come io ho dimostrato per *Sepiola* e *Rondeletia*, come nei Pirosomi studiati da Buchner e da me e come nei pesci luminosi di superficie *Anomalops* e *Photoblepharon* studiati da E. N. Harvey.

Ora l'*Heteroteuthis dispar*, studiata per questo riguardo dalla Mortara, è un cefalopodo abissale: si pesca a 1200-1500 m. di profondità. Se si trovasse quindi nelle condizioni degli altri cefalopodi abissali e cioè con sostanza luminosa granulare e senza veri batterî, in nulla contrasterebbe la mia teoria. E che sia tale sembra verosimile per gli studî di W. T. Meyer (Zool. Anz., Bd. 32, pag. 505), dai quali risulta che l'organo luminoso di *Heteroteuthis* è provvisto di ben tre strati ottici e che la tasca del nero è rudimentale, come io ritengo sia da ritenersi rudimentale anche la comunicazione degli organi fotogeni con l'esterno.

Ma dagli studî della sig.na Mortara a me non sembra definitivamente provata neppure la non esistenza dei batterî negli organi fotogeni di *Heteroteuthis*. Oltre a non risultare che cosa vi sia nella parte fotogena dell'organo in luogo dei batterî o della sostanza fotogena, la prova delle colture non è convincente. In essa infatti da una parte si dice che vi è un grande sviluppo di batterî fotogeni *nella muscolatura* e sulla pelle di animali morti da poco, prima che si iniziino i processi di putrefazione e che quasi tutti gli esemplari diedero fenomeni di luminosità *post mortem*, ed altrove che « un organo intero pestato nel mortaio per avere la certezza di provarne tutto il contenuto non diede alcun batterio fotogeno ».

Ora poichè, come ha dimostrato il Meyer, alla costituzione dell'organo concorrono largamente i muscoli, come mai nelle colture non apparve almeno qualche puntino luminoso, come avviene sempre che non si innesta tutta una massa fotogena ma vi sono semplici inquinamenti? E sì che gli esemplari usati dalla sig.na Mortara per le sue esperienze non v'era pericolo che non fossero morti da parecchio, visto che erano stati raccolti a Messina spiaggiati ed avevano viaggiato poi da Messina a Roma.

Infine neppure le allusioni critiche che si intravedono nella affermazione della A., che il batterio fotogeno che si sviluppa su *Heteroteuthis* sembra

(1) Ved. a tal proposito il mio lavoro dal titolo: *Organi luminosi batterici nei pesci*. Rivista di Biologia. vol. III, 1921.

si avvicini molto a quelli ottenuti dagli organi fotogeni di *Sepiola* può toccar in alcun modo i miei studî e la mia teoria.

Chiunque abbia pratica di batterî fotogeni sa bene che essi per una quantità di caratteri e pel loro comportamento si somigliano tutti; tanto più potranno somigliarsi poi quelli che vivono nel medesimo ambiente. In ogni modo anche se la sig.na Mortara dimostrasse (ciò che mi sembra poco probabile) che i due batterî sono la stessa cosa, neanche ciò potrebbe avere alcun valore contro i miei studî e contro la mia teoria, visto che io stesso ho ammesso l'ipotesi che i batterî costituenti la parte fotogena degli organi luminosi possano talora aver origine dall'esterno, e lo ho dimostrato nel caso della glandola nidamentale accessoria di *Loligo forbesi*, che dai miei studî risulta omologa degli organi luminosi (Pubbl. Staz. Zool., Napoli, vol. II, 1918, pp. 110-111).

Vulcanologia. — *Raccolta dei gas esalanti dalle lave fluide col metodo della inalazione.* Nota di G. Ponte, presentata dal Socio F. Millosevich.

In una nota pubblicata nel 1914 (1) dimostrai che le esperienze sui gas vulcanici fatte al Kilauea nel 1912 dal Day e Shepherd, non potevano essere una prova sufficiente contro la teoria del Brun sull'anidrità dei gas magmatici. Il vapor d'acqua riscontrato nei gas raccolti al Kilauea era il prodotto di una reazione extramagmatica, cioè della combustione dei gas idrogenati in presenza dell'ossigeno dell'aria e gli esperimenti del Day e Shepherd non potevano che confermarlo, perchè non era possibile che i gas aspirati con una pompa da una bolla lavica, dalla quale uscivano delle fiamme, non fossero influenzati dall'ossigeno dell'aria.

Recentemente il Dr. T. A. Jaggar, Direttore del « Havaiian Volcano Observatory » ha manifestato al Shepherd il sospetto che il vapor d'acqua raccolto al Kilauea assieme ai gas vulcanici, con il solito metodo della pompa aspirante, possa provenire dalla combustione dei gas idrogenati esalanti dalla lava (2). Se il dott. Jaggar avesse letto la critica da me mossa al Day e Shepherd si sarebbe accorto di ciò parecchi anni prima.

La vecchia teoria delle esalazioni magmatiche umide, generalizzata anche ai magma basici, sul punto di naufragare aveva trovato nelle esperienze del Day e Shepherd uno scoglio su cui sostenersi, ma ora, anche questo, è calato a fondo.

(1) G. Ponte, *Ricerche sulle esalazioni dell'Etna.* Rendiconti R. Accademia Lincei, vol. XXIII, ser. 5, pag. 405, 1914.

(2) E. S. Shepherd; Kilauea Gase, 1919. *Bulletin of the Havaiian Volcano Observatory.* Vol. IX, N. 5, May 1921.

Gli studiosi cercano un metodo sicuro che possa permettere la raccolta dei gas esalanti dalla lava prima che vengano in contatto con l'aria; allora soltanto potrà dirsi decisamente se siano umidi i gas esalanti dai magma acidi ed anidri quelli esalanti dai magma basici.

Dopo una serie di esperimenti su rocce vulcaniche rifuse in un grande crogiuolo da fonderia, ho trovato un metodo che permette di raccogliere i gas disciolti nelle lave.

Il metodo consiste nell'iniettare nella lava fluente, per mezzo di uno speciale apparecchio, dell'elio, gas perfettamente inerte (1) e nel ritornarlo a raccogliere assieme ai gas magmatici, che esso trascina dalla bolla artificialmente formata nella massa lavica.

L'apparecchio è rappresentato schematicamente nella figura a pag. seg.

Una canna di ferro C racchiude due tubi di quarzo *a* e *b* ed un pirometro termoelettrico P. La punta della canna ha un piccolo rigonfiamento con due camere separate l'una dall'altra, ove sboccano i due tubi di quarzo ed ove son praticati due fori laterali *f* ed *f'*, che comunicano con l'esterno e che, all'inizio dell'esperimento, sono chiusi con una lega (argento 95 p., rame 50 p.), che fonde a 900°.

La parte superiore della canna può allungarsi con pezzi aggiunti per mezzo di manicotti *m* e termina con un manico M alla cui base sboccano i due tubi di quarzo ed i fili conduttori del pirometro. Al tubo *a* è innestato un refrigerante *R* di quarzo, protetto da una montatura metallica attaccata alla parte superiore della canna. Dal refrigerante per mezzo di tubi di accordo, la conduttura si prolunga fino all'apparecchio d'assorbimento e di raccolta dei gas.

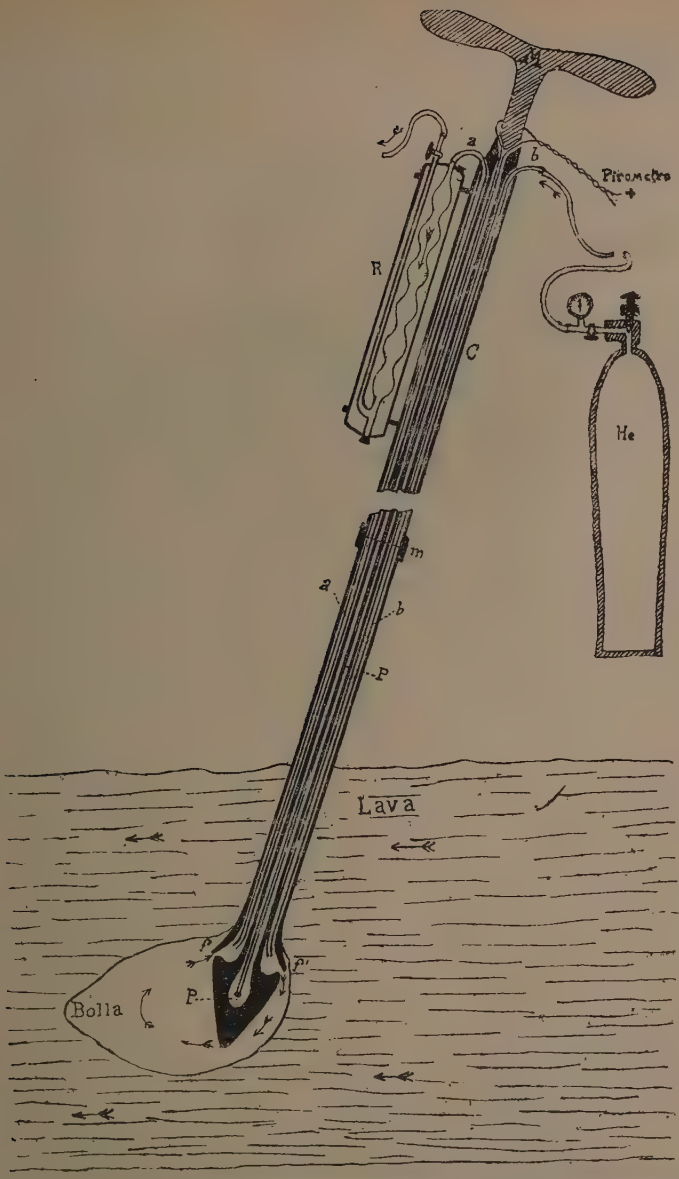
Il tubo *b* di quarzo comunica con una bombola piena di elio compresso e provvista di manometro.

L'apparecchio si mette in funzione nel modo seguente:

L'operatore, provvisto di maschera contro i gas vulcanici, introduce la punta dell'inalatore nella colata per una profondità di circa 50 cm. ed apre il rubinetto della bombola con l'elio. Dopo breve tempo fondono i tappi metallici dei fori *f* ed *f'* delle due camere dell'inalatore e l'elio penetra nella lava. La pressione viene regolata per mezzo del manometro. Nella lava, attorno alla punta dell'inalatore, si formerà una bolla dentro cui circolando l'elio trascinerà i gas magmatici, che verranno fissati e raccolti nell'apparecchio d'assorbimento.

Se la colata avrà un rapido movimento, potrà avvenire che la bolla sia trascinata dalla corrente; in tal caso il manometro segnerà una depressione e nei tubi d'assorbimento non si vedranno più gorgogliare i gas.

(1) W. Ostwald u. C. Drucker. *Handbuch der algemeinem Chemie.* Die Edelgas von Sir W. Ramsay u. G. Rudolf. Leipzig, 1918, p. 162.



Io credo che per mezzo dell'inalatore, già sperimentato nella lava rifusa in crogiuolo, potranno raccogliersi i gas esalanti dalle lave fluenti, prima che possano stabilirsi nuovi equilibrî chimici extramagmatici.

Il Vesuvio, che attualmente dà dei tranquilli rivi di lava intercraterici, si presterebbe ottimamente a questi importantissimi esperimenti. Ma oltre a quelli sul terreno altri non meno importanti se ne condurranno in laboratorio.

Fisiologia. — *Ricerche sperimentali sull'azione del polline sul cuore degli animali.* Nota preventiva del prof. Carlo Fedeli, presentata dal Corrisp. B. Longo.

Dopo lo studio e le ricerche, sul secreto interno, di alcune glandule e principalmente dell'ovario, ebbi in animo di studiare il prodotto fecondante dei vegetali nei suoi possibili effetti sugli organismi animali; e fino dal 1912, presi di mira gli effetti del polline sul cuore. Scelsi, anche per consiglio del mio illustre compianto maestro prof. G. Arcangeli, il polline di Pino (Pinus Pinea), ne feci degli estratti acquosi ed alcoolici e volli iniziare le mie ricerche sul cuore di animale a sangue freddo. Preferii il cuore del rospo (Bufo vulgaris) perchè resistente ed adatto alle ricerche sperimentali.

Usava il rospo decapitato, col midollo spinale distrutto; il cuore era accolto fra le due estremità della pinza cardiografica Marey Bufalini: facendo scrivere direttamente la penna connessa alla pinza, sopra ad un cilindro girante del chimografo Ludwig; di talchè dei tracciati raccolti, la prima curva corrisponde alla diastole e la seconda alla sistole. Il cilindro faceva un giro completo, in un minuto primo. Sul cuore faceva gocciolare una soluzione di estratto di polline sciolto all'1-2 %; in siero di Ringer.

I fatti più rilevanti che osservai sono tradotti nei tracciati, che pubblicherò per esteso nella prima Memoria, che consacro a questo studio; intanto riassumendo qui le osservazioni suddette, il primo fatto costante, che ebbi a constatare, fu la *graduale diminuzione* dei moti cardiaci, che si determina ora rapidamente ora con relativa lunghezza. E ciò tanto relativamente alle diastoli, che alle sistoli, poichè tanto le une che le altre, si fanno sempre più piccole finchè il cardiogramma si estingue, assumendo la forma della coda di topo.

Quando il miocardio non era profondamente intossicato, un lavacro generoso con siero fisiologico, era capace di riportare le escursioni cardiache, alla condizione normale di frequenza ed ampiezza; soltanto in qualche caso la sistole è più difficoltata, si compie con maggior lentezza.

Con una soluzione concentrata di estratto pollinico, si ha un arresto diastolico del cuore; la linea di arresto, ha un andamento obliquo dal basso all'alto, più o meno accentuato, ciò che depone, come il cuore non sia completamente fermo. Questa linea mostra dei piccoli sollevamenti ritmici, che probabilmente rappresentano pulsazioni atriali. In varie esperienze si avrebbe ragione di ciò. Ad esempio in una ricerca si ebbe un primo arresto per

sgocciolamento di 10 goccie di soluzione all'1%; quindi un secondo arresto dopo 152 secondi, di *60 secondi*; e dopo 160 secondi di curva normale, un'altro breve arresto di *16 secondi*; successivamente funzione normale di 154 secondi, di poi nuovo arresto di *80 secondi*; funzione di nuovo per 168 secondi, e arresto per 100 secondi; funzione nuovamente per *170 secondi*, quindi arresto di 128 secondi, in ultimo funzione per *96 secondi*.

Dal che si può rilevare, la scarsa elettività del principio pollinico sul miocardio e sui gangli cardiaci, non certo colpiti primitivamente; sembrerebbe che l'arresto diastolico fosse in rapporto con eccitazione del vago.

Nei tracciati si verificano delle irregolarità che son sempre prediastoliche; non trattandosi certamente di una sistole prolungata. La sistole si compie bene e ritmicamente; prima che il ventricolo entri in diastole, si ha una linea discendente dall'alto al basso, generalmente ondulata, dopo la quale, l'espansione diastolica, si verifica come normalmente.

In alcuni tracciati si hanno dei « *gruppi* » evidenti; costituiscono però un fenomeno transitorio.

Queste ricerche, non possono avere che un carattere di orientamento, poichè son condotte sul solo ventricolo; ciò nonostante, permettono di escludere che il polline eserciti sul cuore un'azione digitalica, e invece dànno luogo a sospetto, che nell'insieme per la sua azione il polline si avvicini al gruppo della caffeina, provocando in ultima analisi, un rimpiccolimento dell'area cardiaca.

Ogni più ampio ragguaglio, riserbo alla Memoria, che corredata dei tracciati sono per pubblicare.

Chimica fisiologica. — *Sul valore alimentare dei semi dell'Ervum Ervilia* (1). Nota IV di Sabato Visco, *presentata dal* Corrispondente D. Lo Monaco (2).

Nella terza Nota (3) pubblicata su questo argomento, in base ai risultati ottenuti studiando il ricambio dell'azoto nei ratti alimentati con farina di semi di *Ervum Ervilia*, e con farina di cariossidi di *Triticum Sativum*, ed alle considerazioni che si potevano fare paragonando fra di loro le due specie di alimentazione, formulammo l'ipotesi che l'impossibilità di poter mantenere a lungo in vita i ratti alimentati esclusivamente con semi di *Ervum Ervilia* dovesse attribuirsi al fatto che, nelle proteine dei semi

(1) Lavoro eseguito nel Laboratorio di Chimica fisiologica della R. Università di Roma, diretto dal prof. Domenico Lo Monaco.

(2) Presentato nella seduta del 7 maggio 1922.

(3) S. Visco, *Sul valore alimentare dei semi dell'Ervum Ervilia*. Nota III. Rendiconti della R. Accademia Nazionale dei Lincei, vol. XXX, fascicolo 9°, 1921.

stessi mancasse o fosse contenuto in minima quantità qualcuno degli amino-acidi indispensabili all'economia del ratto.

Per verificare questa ipotesi abbiamo istituito una serie di indagini delle quali riferiamo qui una parte dei risultati ottenuti.

Per l'esperimento avevamo a nostra disposizione due metodi: quello chimico, e quello biologico.

Il primo, con l'esatta determinazione dei prodotti dell'idrolisi delle singole proteine contenute nell'Ervo, ci avrebbe permesso in modo indubbio di risolvere la questione; noi però, sfortunatamente, non abbiamo potuto avere i mezzi per adottarlo: e perciò abbiamo dovuto attenerci a quello biologico, il quale, pur non essendo preciso come il primo, può, ciò non ostante, se bene usato, portarci per via indiretta a risultati molto vicini al vero.

Attenendoci a questo metodo, abbiamo aggiunto alla farina di Ervo una certa quantità di una proteina certamente completa per i ratti: la caseina del latte di vacca, previamente purificata per otto volte col metodo indicato dall' Hammarstern (1) e con questo miscuglio, reso omogeneo più che ci è stato possibile, ed impastato con una piccola quantità di acqua bollente, abbiamo alimentati parecchi animali seguendone quotidianamente le variazioni del peso.

Riportiamo i protocolli di qualcuna delle esperiente fatte.

Ratto *A*, bianco, maschio. Si mette in esperimento il 15 dicembre del 1921. Pesa grammi 169. Almeno apparentemente è in ottime condizioni di salute. Si alimenta per tutta la durata della ricerca col seguente miscuglio: farina di semi di *Ervum Ervilia* (90 %) e caseina purissima (10 %). Nei giorni di osservazione il peso si comporta come segue: dicembre 16 = gr. 162; 17 = gr. 160; 18 = gr. 165; 19 = gr. 167; 20 = gr. 167; 21 = gr. 168; 22 = gr. 169; 23 = gr. 169; 24 = gr. 173; 25 = gr. 174; 26 = gr. 175; 27 = gr. 173; 28 = gr. 174; 29 = gr. 174; 30 = gr. 179; 31 = gr. 182 Gennaio 1° = gr. 185; 2 = gr. 189; 3 = gr. 191; 4 = gr. 190; 5 = gr. 191; 6 = gr. 193; 7 = gr. 190; 8 = gr. 192; 9 = gr. 198; 10 = gr. 190; 11 = gr. 190; 12 = gr. 190; 13 = gr. 188; 14 = gr. 191; 15 = gr. 193; 16 = gr. 192.

In 31 giorni l'animale ha guadagnato 23 grammi di peso, ed alla fine dell'osservazione continua a mostrarsi in ottime condizioni di salute.

Ratto *B*, bianco, femmina, si mette in esperimento il 3 gennaio del 1922, pesa grammi 195. Almeno apparentemente è in ottime condizioni di salute. Si alimenta con un miscuglio di farina di semi di *Ervum Ervilia* (90 %) e caseina purissima (10 %). Nei giorni di osservazione il peso si comporta come appresso è indicato: Gennaio 4 = gr. 186; 5 = gr. 182; 6 = gr. 183; 7 = gr. 181; 8 = gr. 184; 9 = gr. 182; 10 = gr. 185; 11 = gr. 188; 12 = gr. 190; 13 = gr. 187; 14 = gr. 194; 15 = gr. 193; 16 = gr. 193; 17 = gr. 198; 18 = gr. 201; 19 = gr. 196; 20 = gr. 198 (l'animale tossisce); 21 = gr. 191 (tosse); 22 = gr. 190; 23 = gr. 189; 24 = gr. 191; 25 = gr. 191 (tossisce di meno); 26 = gr. 194; 27 = gr. 196; 28 = gr. 196; 29 = gr. 192; 30 = gr. 188; 31 = gr. 194. Febbraio 1° = gr. 198; 2 = gr. 195; 3 = gr. 194; 4 = gr. 191; (*Alimentazione: farina di semi di Ervum Ervilia 93 %. Caseina purissima 7 %*). 5 = gr. 194; 6 = gr. 200;

(1) Hammarstern, riportato in « Précis de Technique Chimique » di A. Morel, Paris 1909, O. Doin et fils, éditeurs.

7 = gr. 202; 8 = gr. 205; 9 = gr. 204; 10 = gr. 209; 11 = gr. 208; 12 = 202; 13 = gr. 206; 14 = gr 208; 15 = gr. 205; 16 = gr. 205; 17 = gr. 205; 18 = gr. 204; 19 = gr. 200; 20 = gr. 203; 21 = gr. 201; 22 = gr. 198; 23 = gr. 198; 24 = gr. 202; 25 = gr. 202; 26 = gr. 202; 27 = gr. 201; 28 = gr. 203. Marzo 1° = gr. 200; 2 = gr. 201; 3 = gr. 199; 4 = gr. 201. (*Alimentazione: farina di semi di Ervum Ervilia 95 %. Caseina purissima 5 %*). 5 = gr. 198; 6 = gr. 198; 7 = gr. 197; 8 = gr. 199; 9 = gr. 201; 10 = gr. 204; 11 = gr. 202; 12 = gr. 202; 13 = gr. 203; 14 = gr. 205; 15 = gr. 204; 16 = gr. 199; 17 = gr. 201; 18 = gr. 200; 19 = gr. 203; 20 = gr. 199; 21 = gr. 200; 22 = gr. 205; 23 = gr. 205; 24 = gr. 205; 25 = gr. 200; 26 = gr. 198; 27 = gr. 200; 28 = gr. 200; 29 — gr 201; 30 = gr. 200; 31 = gr. 196. Aprile 1° = gr. 198; 2 = gr. 198; 3 = gr. 197; 4 = gr 199.

In 90 giorni l'animale ha guadagnato 4 grammi di peso, ed alla fine dell'osservazione continua a mostrarsi in ottime condizioni di salute.

Ratto *C*, femina, pezzato, si mette in esperimento il 13 gennaio del 1922. Pesa grammi 165. Almeno apparentemente è in ottime condizioni di salute. Si alimenta col seguente miscuglio: farina di semi di *Ervum Ervilia* (90 %) e caseina purissima (10 %). Nei giorni di osservazione il peso si comporta come è appresso indicato: Gennaio 14 = gr. 164; 15 = gr. 158; 16 = gr. 155; 17 = gr. 151; 18 = gr. 148; 19 = gr. 152; 20 = gr. 157; 21 = gr. 161; 22 = gr. 163; 23 = gr. 166; 24 = gr. 170; 25 = gr. 172; 26 = gr. 171; 27 = gr. 171; 28 = gr. 171; 29 = gr. 173; 30 = gr. 174; 31 = gr. 172. Febbraio 1° = gr. 173; 2 = gr. 170; 3 = gr. 172; 4 = gr. 170; 5 = gr. 172; 6 = gr. 173; 7 = gr. 172; 8 = gr. 172; 9 = gr. 173; 10 = gr. 174; 11 = gr. 172; 13 = gr. 174; 13 = gr. 175; 14 = gr. 174; 15 = gr. 173; 16 = gr. 174; 17 = gr. 175; 18 = gr. 171; 19 = gr. 172; 20 = gr. 176; 21 = gr. 171; 22 = gr. 170; 23 = gr. 173; 24 = gr. 175; 25 = gr. 171; 26 = gr. 173; 27 = gr. 173; 28 = gr. 174 Marzo 1° gr. 170; (*Alimentazione: farina di semi di Ervum Ervilia (95 %). Caseina purissima (5 %)*. 2 = gr. 165; 3 = gr. 164; 4 = gr. 164; 5 = gr. 164; 6 = gr. 163; 7 = gr. 165; 8 = gr. 164; 9 = gr. 166; 10 = gr. 165; 11 = gr. 165; 12 = gr. 166; 13 = gr. 168; 14 = gr. 169; 15 = gr. 171; 16 = gr. 174; 17 = gr. 171; 18 = gr. 173; 19 = gr. 173; 20 = gr. 174; 21 = gr. 172; 22 = gr. 172; 23 = gr. 174; 24 = gr. ; 25 = gr. 171; 26 = gr. 172; 27 = gr. 176; 28 = gr. 175; 29 = gr. 168; 30 = gr. 170; 31 = gr. 170. Aprile 1° = gr. 170; 2 = gr. 169; 3 = gr. 169; 4 = gr. 170.

In 80 giorni l'animale ha guadagnato 5 grammi di peso, ed alla fine dell'osservazione continua a mostrarsi in ottime condizioni di salute.

Ratto *D*, bianco, maschio, si mette in esperimento il 6 febbraio del 1922. Pesa gr. 230, almeno apparentemente è in ottime condizioni di salute. Si alimenta col seguente miscuglio: farina di semi di *Ervum Ervilia* (90 % e caseina purissima 10 %. Nei giorni di osservazione il peso si comporta come è appresso indicato: Febbraio 7 = gr. 224; 8 = gr. 220; 9 = gr. 221; 10 = gr. 225; 11 = gr. 224; 12 = gr. 220; 13 = gr. 221; 14 = gr. 225; 15 = gr. 224; 16 = gr. 226; 17 = gr. 223; 18 = gr. 224; 19 = gr. 224; 20 = gr. 224; 21 = gr. 224; 22 = gr. 222; 23 = gr. 224; 24 = gr. 25 = gr. 223; 26 = gr. 222; 27 = gr. 223; 28 = gr. 222. Marzo 1° = gr. 222; 2 = gr. 223; 3 = gr. 225; 4 = gr. 225; 5 = gr. 225; 6 = gr. 228; 7 = gr. 226; 8 = gr. 226; 9 = gr. 227; 10 = gr. 226; 11 = gr. 228; 12 = gr. 230; 13 = gr. 231; 14 = gr. 230; 15 = gr. 227. (*Alimentazione: farina di semi di Ervum Ervilia 95 % e caseina purissima 5 %*). 16 = gr. 221; 17 = gr. 220; 18 = gr. 224; 19 = gr. 223; 20 = gr. 225; 21 = gr. 222; 22 = gr. 225; 23 = gr. 24 = gr. 25 = gr. 26 = gr. 227; 27 = gr. 225; 28 = gr. 228; 29 = gr. 228; 30 = gr. 229; 31 = gr. 229. Aprile 1° = gr. 230; 2 = gr. 229; 3 = gr. 227; 4 = gr. 225; 5 = gr. 227; 6 = gr. 228; 7 = gr. 225; 8 = gr 225.

In 62 giorni l'animale ha perduto 5 grammi di peso. Alla fine dell'osservazione continua a mostrarsi in ottime condizioni di salute.

Dai dati sopra riportati possiamo rilevare:

1° Che, i ratti, i quali rifiutano in genere la farina di *Ervum Ervilia* (1), la mangiano invece ed in quantità tali da sopperire ai loro fabbisogni energetici quando ad essa si aggiunge della caseina.

2° Che, con un miscuglio di farina di ervo e caseina nelle proporzioni rispettive variabili dal 90 al 95 % e dal 10 al 5 %, è possibile mantenere in equilibrio di peso i ratti per un periodo di tempo certamente superiore ai tre mesi.

3° Che, nessun fatto morboso apparente si manifesta nei ratti alimentati esclusivamente, e per un periodo di tempo di almeno tre mesi, con miscugli di farina di ervo e di caseina nelle proporzioni sopra indicate.

Zoologia. — *Lo stomaco della larva di Anopheles claviger Fabr. e la dualità delle cellule mesointestinali degli Insetti* (2). Nota II preliminare del dott. Enrico Federici, presentata dal Socio B. Grassi (3).

Altri caratteri istologici, differenziali e costanti, tra le due metà dello stomaco dell'anofele, sono posti in evidenza dall'esame delle sezioni che passano attraverso la cavità e quindi interessano le pareti dello stomaco, tagliandone le cellule secondo l'asse apico-basale.

In corrispondenza col predominio delle cellule grandi nella metà anteriore, questa regione si colora molto meno intensamente della posteriore. Complessivamente, l'epitelio a cellule grandi è più basso di quello a cellule piccole, onde i suoi elementi appaiono molto larghi: effettivamente, il loro diametro trasverso è sempre maggiore del diametro apico-basale (mentre nelle cellule piccole avviene il contrario). I limiti tra cellula e cellula sono poco evidenti; i nuclei distanziati, ovali o tondeggianti, con la cromatina avvolta in uno spirema a maglie piuttosto rade (e quindi a struttura evidentemente filamentosa), occupano posizioni variabili nell'interno della cavità cellulare. Nella maggior parte dei casi non ho potuto mettere in evidenza una strut-

(1) S. Visco, *Sul valore alimentare dei semi dell'Ervum Ervilia*. Nota I. Rendiconti della R. Accademia Nazionale dei Lincei vol XXX fascicolo 5° e 6° 1921.

(2) Lavoro compiuto nell'Istituto di Anatomia comparata dell'Università di Roma

(3) Presentata, insieme alla Nota precedente, nella seduta del 5 marzo 1922.

tura identificabile col rabdorio (che, invece, si presenta distintamente nelle cellule piccole); in alcuni altri esistono elementi con un margine, striato trasversalmente, che potrebbe essere interpretato come un rabdorio molto basso.

A seconda dei diversi individui esaminati, le cellule grandi possono presentare differenti aspetti: talvolta hanno un citoplasma di apparenza uniforme o a struttura finissimamente granulare; in altri casi invece si possono notare alcune gocciole di secreto, perfettamente jaline, che si trovano soprattutto nella parte apicale dell'elemento; infine, in altri casi ancora, le gocciole jaline sono grandemente aumentate di numero e un po' anche di grandezza, addensandosi nel lume cellulare, di cui occupano spesso una parte ragguardevole. Talvolta il nucleo appare trascinato verso l'apice della cellula dall'abbondanza del secreto. Molto probabilmente le suddette gocciole perdono la loro individualità nel filtrare attraverso la membrana o appena fuoruscite nel lume intestinale, giacchè non le ho mai trovate nello spazio interposto fra l'epitelio e la peritrofica.

Mi sembra ovvio interpretare gli aspetti, precedentemente descritti, delle cellule grandi, come successivi stadii di un processo di secrezione di succhi digestivi.

Malgrado il numero degli individui attentamente esaminati, non ho potuto sorprendere il momento della rinnovazione dell'epitelio a cellule grandi, mediante la sostituzione di nuovi elementi ai vecchi, e perciò inclino a credere ch'esso si verifichi più raramente, rispetto alla metà posteriore dello stomaco.

Le cellule piccole, che (come ho detto) predominano in quest'ultima regione, si distinguono sempre dalle cellule grandi proprie della metà anteriore, sia per la loro più intensa colorabilità, sia per le minori dimensioni, sia per la presenza di un rabdorio più o meno sviluppato. Pur conservando costantemente questi caratteri generali, il loro aspetto può presentarsi in modo alquanto diverso, a seconda degli individui esaminati, e le loro variazioni possono ricondursi a due disposizioni fondamentali, tra cui si rinvengono tutti i gradi di passaggio:

A) In certi casi le cellule piccole hanno forma cilindrica e sono piuttosto alte; la loro larghezza è variabile, ma l'asse trasverso massimo è sempre minore dell'altezza apico-basale (nelle cellule grandi avviene il contrario). Il rabdorio è molto evidente e i suoi bastoncelli s'impiantano direttamente sul margine interno della cellula; essi non presentano (almeno coi metodi ordinarii di colorazione) quella linea di punti nodali, che è stata riscontrata in altri casi alla base dei bastoncelli e che indica il confine tra questi e il citoplasma propriamente detto. I nuclei delle cellule che si trovano in questo stadio hanno una posizione variabile, ma più spesso si trovano nella metà basale della cellula; il citoplasma è finissimamente granulare, e in certi

casi (che io giudico rappresentare, cronologicamente, lo stadio più anteriore del processo secretorio) non ha gocciole o vacuoli di sorta. A fianco di queste cellule (nello stesso individuo) si possono trovarne altre, con qualche rara gocciolina di secreto, sia nella cavità cellulare, sia impigliata nei bastoncelli del rabdorio, sia infine nello spazio della cavità intestinale, interposto fra l'epitelio e la peritrofica. Le dette gocciole sono tondeggianti, jaline (cioè non granulose) e non assumono i coloranti adoperati.

In questo stadio le zone di rigenerazione dell'epitelio sono pochissimo evidenti ed hanno la forma di punti, intensamente colorati (corrispondenti ai nuclei degli elementi futuri), intercalati qua e là tra le basi delle cellule adulte.

B) In altri casi, l'epitelio costituito da cellule piccole si trova in una diversa condizione (che considero come rappresentante uno stadio della vita delle singole cellule, nonchè una fase del processo secretorio, cronologicamente posteriori a quelle sopradescritte). In essa tutto l'epitelio è notevolmente più basso, i nuclei meno vivamente colorati, le gocciole sul margine della cellula e nel lume intestinale più numerose. Nella parte basale dell'epitelio (in tali condizioni di evidente involuzione) si notano, con evidenza maggiore o minore, a seconda dei casi, una fila di nuclei per lo più circondati da un piccolo alone di citoplasma intensamente colorato. Mi sembra ovvia l'identificazione di tali nuclei con quelli di elementi giovani, destinati ad accrescersi rapidamente e a sostituire quelli in disfacimento, non appena questo sia compiuto.

Uno stesso individuo non presenta mai, nella metà posteriore dello stomaco, contemporaneamente ambedue gli stadii descritti in A) e in B), bensì l'uno o l'altro dei due. Tanto negli individui che si trovano nella condizione A), quanto negli individui della condizione B), tutta la parte dello stomaco occupata dalle cellule piccole presenta lo stesso aspetto, oppure ha soltanto piccole variazioni. Queste ultime si verificano ordinariamente nel senso, che le cellule più vicine alla valvola pilorica si trovano in istadii alquanto posteriori a quelli in cui contemporaneamente si trovano le cellule situate più anteriormente.

La costanza di tali reperti e il numero considerevole degli individui esaminati mi autorizzano a formulare due conclusioni:

a) la produzione e il disfacimento degli elementi piccoli non avvengono isolatamente, ma presso a poco simultaneamente, in tutta la zona da essi occupata;

b) la loro attività è presso a poco sincrona e si svolge iniziandosi dall'avanti e proseguendo verso l'indietro.

Da tutto il complesso dei fatti suesposti, si può dedurre una conclusione, che mi sembra assolutamente ovvia: *nell'intestino medio della larva di anofele esistono e rimangono separatamente individuate, almeno nell'in-*

tervallo fra una muta e la sua successiva, due sorta di cellule, distinguibili per molteplici caratteri strutturali (1).

Una dimostrazione della diversa natura ed ufficio delle cellule grandi e delle cellule piccole si può anche raggiungere, da un punto di vista fisiologico: *a*) esaminandone il comportamento in presenza delle così dette « colorazioni vitali »; *b*) provocando sperimentalmente, nelle une e nelle altre, la localizzazione specifica di certe sostanze, tali da potersi somministrare mescolate col cibo e da potersi facilmente identificare. Ho eseguito alcuni esperimenti appunto con le colorazioni vitali, adoperando successivamente il bleu di metilene, il rosso neutro, il violetto di genziana e (per consiglio della prof. Foà [2]) il liquido di Giemsa; in complesso, i risultati ottenuti con queste sostanze (pur offrendo qualche incertezza, perchè non tutti i coloranti usati si sono dimostrati veramente innocui) confermano i reperti ottenuti coi metodi istologici. Per es. lo stomaco delle larve mantenute in soluzione acquosa di rosso neutro si presenta nella metà anteriore colorato in rosso-bruno o rosso-marrone, mentre la metà posteriore è di un bel rosso-vermiglio. Analogamente, il violetto di genziana colora la metà anteriore in rosso-violaceo e la posteriore in giallo-ranciato (v'è talvolta una zona intermedia, di un violetto non molto intenso) (3).

(1) È opportuno notare che queste due sorta di cellule non hanno la stessa forma in tutte le specie di Insetti, presso le quali sono state riscontrate, e appunto nell'anofele le cellule fisiologicamente equivalenti ai calicociti del Deegener sono cubiche o subcilindriche allargate e le cellule fisiologicamente equivalenti agli sferociti sono cilindriche e piuttosto allungate. D'altra parte, il vocabolo « calicociti » si riferisce alla forma dell'elemento, mentre l'altro vuole indicare la caratteristica forma di sferule assunta dalle gocciole di secreto delle rispettive cellule: per evitare l'ambiguità provocata da questa nomenclatura e considerando altresì che la differenza essenziale sta nella funzione cui espressione morfologica può essere diversa a seconda dei casi), propongo di chiamare *crinociti* le cellule esclusivamente secernenti e *rofeocrinociti* le cellule secernenti-assorbenti.

(2) La prof. Foà mi ha comunicato i risultati sommarii di due esperimenti, da lei compiuti con liquido di Giemsa su larve piccole e grandi. È per me doveroso render noto questo contributo portato alla soluzione del problema dalla prof. Foà, cui rinnovo i miei ringraziamenti.

(3) Le ricerche compiute dalla Genna (*Ricerche sulla nutrizione dell'Anopheles claviger*, Arch. zool. ital, vol. X, 1921, pp. 15-34) sull'anofele alato, confermano le mie conclusioni: in complesso (nonostante alcune divergenze secondarie) lo stomaco dell'anofele alato risulta diviso in due parti, i cui caratteri strutturali e funzionali sono diversi.

PERSONALE ACCADEMICO

Il Presidente Volterra annuncia che sono presenti vari Soci e numerosi scienziati stranieri, convenuti in Roma per le assemblee generali dell'Unione Internazionale astronomica e geodetico-geofisica. Dà a tutti il benvenuto a nome dell'Accademia, la quale è lieta di raccogliere nella propria sede, secondo l'ideale perseguito da Quintino Sella, i rappresentanti della Scienza qui giunti da ogni parte per i loro lavori.

Lo stesso Presidente dà poi il triste annuncio della perdita che l'Accademia ha fatto nelle persone del Corrispondente prof. Orazio Tedone, tragicamente scomparso per un disgraziato accidente, e del Socio straniero prof. A. Guye; e di entrambi ricorda i meriti scientifici e i principali lavori.

***

Commemorazione del Socio straniero prof. C. Jordan, letta dal Socio L. Bianchi (1):

Al lutto della scienza francese per la morte di Camillo Jordan, avvenuta a Parigi il 21 gennaio scorso, si associa questa Accademia, che già fino dal 1895 annoverava l'insigne matematico fra i suoi Soci stranieri.

Nella eletta schiera degli scienziati che hanno onorato ed onorano la Francia. Egli ha occupato un posto cospicuo per l'importanza delle sue scoperte. e per l'impulso che il suo insegnamento ed i suoi libri, diffusi in tutto il mondo matematico, hanno dato allo sviluppo della scienza.

Camille (Marie Ennemond) Jordan nacque, il 5 gennaio 1838, à la Croix Rousse (comune ora incorporato a Lione) da Alessandro Jordan ingegnere, che fu poi deputato all'assemblea nazionale. Compiuti gli studî secondarî nel Liceo di Lione, entrò nel 1855 nella celebre Scuola Politecnica, nel corpo degli ingegneri delle miniere, e quivi conseguì il diploma, esercitando poi la professione d'ingegnere à Châlons sur Saône fino al 1867, indi a Parigi.

Conseguito nel 1861 a Parigi il grado di *Docteur de Sciences mathématiques*, cominciò la carriera dell'insegnamento nel 1873 quale esaminatore nella Scuola Politecnica, dove nel 1876 divenne professore. Al Collegio di Francia, dopo avere per qualche tempo supplito al Serret, venne nomi-

(1) Debbo ringraziare per le indicazioni biografiche il professore Edoardo Jordan, figlio del defunto, e per altre indicazioni e per l'elenco dei lavori il professore H. Villat dell'Università di Strasburgo, organizzatore del Congresso e redattore del *Journal de Jordan*.

nato professore nel 1883, e conservò i due uffici fino al 1912, anno nel quale si ritrasse a riposo e venne nominato professore onorario in ambedue gli Istituti. All'Accademia delle Scienze apparteneva dal 1881, e fin dal 1885 dirigeva il *Journal de mathématiques*.

Basta uno sguardo all'elenco delle sue pubblicazioni per riconoscere in quanti e svariati campi della ricerca matematica si è esercitata la sua attività. E ben grande diventa l'ammirazione ove più profondamente si esamini la sua opera che di molti nuovi veri ha arricchito la scienza, con genialità di nuove vedute e con rara potenza di penetrazione. Sono ricerche di geometria, d'algebra, di aritmetica e d'analisi che si alternano in questi studî originali, primeggiandovi quelle questioni sulla *teoria dell'ordine* che esercitavano su di lui la maggiore attrazione.

Tale predilezione vediamo già affermarsi nei primi lavori di C. Jordan; così nella Memoria sui poliedri classificati, dal punto di vista della geometria di situazione, a seconda dei loro aspetti, in modo estremamente semplice ed ingegnoso. Questa Memoria, dietro un bel rapporto di Bertrand inserito nel T. 67 dei Comptes Rendus, venne accolta nel Recueil des Savants étrangers. Allo stesso campo appartengono le ricerche sulla deformazione delle superficie considerate, nel senso della Analysis situs di Riemann, come perfettamente flessibili ed estendibili. Ivi si determinano le condizioni necessarie e sufficienti per la rappresentabilità biunivoca continua di una superficie sopra un'altra, e si dimostra che gli *invarianti* di deformazione sono dati dal numero dei contorni e dal genere. Ancora alla geometria, in un indirizzo più elementare, appartiene l'Essai sur la géometrie à *n* dimensions, che è uno studio metrico delle formole di geometria analitica per le varietà lineari negli iperspazî.

Ma il campo maggiore, nel quale si esercitarono, col più fortunato successo, le eminenti qualità inventive di C. Jordan, lasciandovi tracce durevoli e profonde, è il campo schiuso dal genio di Galois nella teoria dei gruppi e delle equazioni algebriche. Per quest'opera di lunga lena, compiuta con singolare penetrazione e perseveranti studî, ben a ragione C. Jordan venne riguardato come continuatore di Galois.

È noto come la scoperta fondamentale di Galois, che ad ogni equazione algebrica, fissato il campo di razionalità, associava un determinato gruppo di sostituzioni sulle radici, gruppo dalla cui struttura dipendono le proprietà dell'equazione, e tutta la serie di proposizioni enunciate da Galois senza dimostrazione nella celebre lettera a Chevalier, solo dopo qualche tempo apparvero in tutta la loro importanza ai matematici.

È al nostro Betti che appartiene il merito di avere, per il primo, penetrate le geniali idee di Galois e di aver dato, nel 1852, la dimostrazione completa della serie di quei teoremi, che accolti poi nel trattato d'algebra del Serret divennero ben presto patrimonio comune dei matematici.

Ma, per tal modo, erano posti soltanto i fondamenti dell'edificio che doveva sorgere sotto l'impulso delle nuove idee, di meravigliosa potenza e fecondità. Innanzi tutto era la teoria dei gruppi di sostituzioni, fino allora appena abbozzata, e nella quale cominciavano a delinearsi le tre nozioni fondamentali della transitività, della primitività e sopra tutto della composizione del gruppo, che domandava un maggiore e completo sviluppo; e nelle applicazioni alla teoria delle equazioni il primitivo problema della risolubilità per radicali appariva ora come un primo anello soltanto nella serie di ricerche che concernono la classificazione degli irrazionali algebrici e lo studio della loro mutua dipendenza.

Le perseveranti ricerche di Jordan si volsero appunto all'attuazione dell'importante disegno, e dopo una serie di Memorie nelle quali si trattavano i problemi fondamentali delle due teorie, Egli pubblicava nel 1870 il celebre: *Traité des substitutions et des équations algébriques*. Quest'opera, che l'autore volle nella prefazione indicare come un commento a Galois, venne giustamente riguardata quale un monumento elevato alla sua memoria, dove nella costruzione delle varie parti, e nel suo compimento, grande è il merito che spetta a C. Jordan.

Difficilmente potrebbe un'analisi succinta descrivere tutta la ricchezza delle conquiste contenute in quest'opera, e per la parte che riguarda la teoria pura dei gruppi e per quella che ne tratta le applicazioni alle equazioni algebriche, le quali due parti del resto, conforme appunto ai concetti fondamentali di Galois, vengono qui ad unirsi e a compenetrarsi intimamente fra loro.

Nella teoria dei gruppi, fra i principali risultati delle ricerche di C. Jordan, basti ricordare la nozione dei fattori di composizione, numeri essenzialmente legati al gruppo, i molteplici teoremi sui gruppi transitivi e sul limite del grado di transitività, i teoremi sui gruppi primitivi ed imprimitivi, in fine lo studio dei gruppi particolari più importanti e della loro rappresentazione analitica.

Nelle applicazioni alla teoria delle equazioni, abbiamo lo studio approfondito dell'effetto che produce sul gruppo di Galois di un'equazione l'ampliamento del campo di razionalità, poi le ricerche sul gruppo di monodromia delle equazioni con uno o più parametri, e la dimostrazione del fatto importante che il gruppo di monodromia è sempre un sottogruppo invariante del gruppo algebrico.

Gli interessanti problemi che provengono dalla geometria, come il problema di Hesse pei nove flessi di una cubica piana, quello delle sedici rette della superficie del 4° ordine con conica doppia, dei punti e piani singolari della superficie di Kummer, il problema delle 27 rette della superficie generale del 3° ordine offrono a Jordan un bellissimo campo per le applicazioni della teoria, dove le proprietà delle relative configurazioni geometriche vengono utilizzate per lo studio del gruppo corrispondente, per la determi-

nazione dei suoi fattori di composizione e la formazione delle diverse risolventi, nel loro significato geometrico.

Le equazioni che si presentano nella teoria delle funzioni ellittiche, nei problemi di divisione e di trasformazione, e i problemi analoghi per le funzioni iperellittiche, trovano ampia trattazione; così i metodi di Hermite, Kronecker e Brioschi per la risoluzione dell'equazione generale di 5° grado per trascendenti ellittiche. Il problema della trisezione dei periodi nelle funzioni iperellittiche con $p = 2$ porta ad una risolvente del 27° grado il cui gruppo si identifica con quello per la equazione da cui dipende il problema delle 27 rette della superficie del 3° ordine.

L'ultima parte dell'opera, il Libro 4°, che occupa più della terza parte del volume, è tutta dedicata all'importante studio della risolubilità per radicali. Movendo dalle prime ricerche di Galois, che risolvevano il problema per le equazioni di grado *primo*, e dalle brevi indicazioni da lui lasciate pei gradi composti, il Jordan ha potuto erigere una teoria completa della risolubilità per radicali risolvendo gradatamente i varî problemi che si presentavano e sviluppando così fino alle ultime conseguenze le idee di Galois.

Posteriormente alla pubblicazione del trattato, Jordan è ritornato su varî punti della teoria, semplificandone i procedimenti e risolvendo nuove questioni. Ad una seconda edizione del libro, da molti desiderata, non ha mai voluto risolversi, chè gli studî ulteriori da lui compiuti, e insieme lo sviluppo preso dalla teoria per le ricerche di altri matematici, avrebbero domandato una rifusione completa del trattato colla conseguente temporanea rinuncia ad altre sue ricerche originali.

Fra le Memorie attinenti alla teoria dei gruppi rileviamo ancora quella sua antica del 1869 sui gruppi di movimenti, che interessano anche la cristallografia. Ivi Jordan considera insieme i gruppi discontinui e quelli continui, prevenendo in questo campo le teorie di Sophus Lie, senza introdurre la nozione delle trasformazioni infinitesime generatrici fondamentali nelle teorie di Lie.

In un'altra importante Memoria, pubblicata nel tomo 84 del Giornale di Crelle, il Jordan, per lo studio delle equazioni differenziali lineari integrabili algebricamente, tratta il problema generale della costruzione dei gruppi finiti di sostituzioni lineari in un numero qualunque di variabili. Ingegnose considerazioni delle sostituzioni affini nel gruppo e dei sottogruppi con queste permutabili, gli permettono di costruire un'equazione d'analisi indeterminata che lega l'ordine del gruppo cogli ordini dei detti sottogruppi, equazione fondamentale dalla cui discussione completa dipende la risoluzione del problema e la classificazione dei varî tipi possibili, in ogni caso in numero finito.

Oltre a questi lavori sistematici sulla teoria dei gruppi e delle equazioni algebriche, la produzione scientifica di C. Jordan contiene una serie di belle ricerche algebriche ed aritmetiche sulla teoria delle forme quadra-

tiche e superiori, concernenti i fondamentali problemi dell'equivalenza algebrica ed aritmetica e la riduzione delle sostituzioni lineari. Nell'indirizzo aritmetico ricorderemo il risultato capitale e di grande generalità, per le forme di qualunque grado, che assicura essere finito il numero delle classi.

Non meno notevoli sono le ricerche di Jordan nel campo dell'analisi. Qui le sue cure maggiori si volsero alla redazione del suo celebre *Cours d'Analyse de l'École Polytechnique* in 3 volumi, che riassumono le lezioni da lui dettate in varî anni alla Scuola Politecnica ed al Collegio di Francia, ed espongono in un quadro di mirabile composizione le principali teorie del calcolo differenziale e integrale e dell'analisi.

Alla prima edizione del libro, nel 1882, altre due ne seguirono, l'ultima nel 1909, ogni volta corredate di aggiunte e nuovi perfezionamenti.

Il grande successo del libro, che ha trovato posto in tutte le biblioteche matematiche pubbliche e private, in Francia ed all'estero, è ben giustificato dal suo intrinseco valore e dalla magistrale esposizione nella quale eccellono gli scrittori francesi. Le ricerche dell'odierna analisi rigorosa delle funzioni di variabile reale trovarono nel Jordan uno dei primi espositori in Francia; ma ben più Egli ha efficacemente contribuito a questi studî introducendovi importanti e fondamentali nozioni, come quella di funzioni a *variazione limitata* e l'altra delle curve chiuse, nel senso più generale, le quali vengono ormai dette universalmente *curve di Jordan*. Infine i primi nuovi concetti di *misura*, così importanti nella moderna teoria dell'integrazione, vennero da lui introdotti nella scienza.

Se le opere matematiche di Camillo Jordan resteranno sempre ad attestare la genialità dello scienziato, ben a lungo la memoria dell'uomo egregio, delle virtù del suo carattere fermo insieme e modesto nel suo grande valore, vivrà in quanti lo conobbero e lo venerarono. Molti di noi ricordano, al congresso matematico dell'aprile 1908 qui in Roma, la figura dello scienziato così semplice ed affabile nei modi, che attirava la simpatia di tutti al solo vederlo, ancora prima che il suo nome pronunziato destasse l'ammirazione. Sei anni più tardi la spaventevole guerra travolgeva nel suo turbine la Francia e l'Europa, e fra le famiglie più colpite era quella numerosa di C. Jordan. Tre dei suoi figli, ed un figlio ancora del maggiore suo figlio, cadevano in campo. Fermo nel suo dolore e nella grandezza del sacrificio offerto alla patria, Camillo Jordan attendeva la vittoria. E questa venne, gloriosa e completa, a rischiarare i suoi ultimi giorni.

ELENCO DELLE PRINCIPALI PUBBLICAZIONI DI C. JORDAN

(omesse le Note nei « Comptes Rendus de l'Académie »).

1. *Sur le nombre des valeurs des fonctions* (Journal de l'École Polytechnique, 1861).
2. *Sur la déformation des surfaces* (Journal de Liouville, 1866).
3. *Recherches sur les polièdres* (Crelle's Journal, Bd. 66, 68, 1866).
4. *Lettre à Liouville sur la résolution algébrique des équations* (Journal de Liouville, 1867).

5. *Sur la stabilité de l'équilibre des corps flottants* (Annali di matematica, 1867).
6. *Mémoire sur la résolution algébrique des équations* (Journal de Liouville, 1867).
7. *Mémoire sur les groupes de mouvements* (Id., 1868).
8. *Théorèmes sur les équations algébriques* (Id., 1869).
9. *Traité des substitutions et des équations algébriques* (Gauthier Villars, 1870).
10. *Mémoire sur la résolution algébriques des équations les unes par les autres* (Journal de Liouville, 1871).
11. *Théorèmes sur les groupes primitifs* (Id., 1871).
12. *Recherches sur les substitutions* (Id., 1872).
13. *Sur la forme canonique des congruences du deuxième degrè et le nombre de leurs solutions* (Id., 1872).
14. *Sur la limite de transitivité des groupes non alternés* (Bulletin de la Societé Mathem., 1873).
15. *Sur le mouvement des figures dans le plan et dans l'espace* (Journal de Liouville, 1873).
16. *Mémoire sur les groupes primitifs* (Id., 1873).
17. *Questions de probabilité* (Id., 1873).
18. *Mémoire sur les formes bilinéaires* (Journal de Liouville, 1874).
19. *Mémoire sur la réduction et la transformation des systèmes quadratiques* (Id., 1874).
20. *Mémoire sur une application de la théorie des substitutions à l'étude des équations différentielles linéaires* (Bull. Soc. Math., 1874).
21. *Sur la stabilité de l'équilibre d'un solide pesant posé sur un appui courbe* (Journal de Liouville, 1875).
22. *Sur la limite du degré des groupes primitifs qui contiennent une substitution donnée* (Crelle's Journal, Bd. 79, 1875).
23. *Essai sur la géométrie à n dimensions* (Bull. Soc. Math., 1875).
24. *Mémoire sur les covariants des formes binaires* (Journal de Liouville, 1876).
25. *Sur une classe de groupes d'ordre fini contenus dans les groupes linéaires* (Bull. Soc. Math, 1877).
26. *Mémoire sur les caractéristiques des fonctions Thêta* (Journal de l'École Polytechnique 1879).
27. *Mémoire sur l'équivalence des formes* (Id., 1880).
28. *Sur la réduction des substitutions linéaires* (Id., 1880).
29. *Sur les conditions de convergence de certaines séries multiples* (Bull. Soc. Math., 1881).
30. *Mémoire sur les équations différentielles linéaires à intégrale algébrique* (Crelle's Journal, Bd, 84, 1881).
31. *Cours d'Analyse de l'École Polytechnique.* Première Édition Paris, Gauthier Villars, 1882 (deux éditions ultérieures, la dernière en 1909).
32. *Sur la théorie arithmétique des formes quadratiques* (Journal de l'École Polytechnique, 1882).
32. *Discours sur J. A. Serret* (Bulletin des Sciences Mathématiques, 1885).
34. *Sur la transformation d'une forme quadratique en elle-même* (Journal de Mathématique, 1888)
35. *Georges Halphen* (Id., 1889).
36. *Remarques sur les intégrales définies* (Id., 1892).
37. *Nouvelles recherches sur la limite de transitivité des groupes que ne contiennent pas le groupe alterné* (Id., 1895).
38. *Sur les groupes d'ordre* $p^m q^a$ (Id. 1898).
39. *Charles Hermite* (Id., 1901).
40. *Mémoire sur les formes quadratiques, suivant un module premier* p, *invariantes par une substitution linéaire donnée* (Id., 1905).

41. *Réduction d'un réseau de formes quadratiques ou bilinéaires* (Id., 1906).
42. *Suite du mémoire précédent* (Id., 1907).
43. *Groupes abéliens généraux dans les groupes linéaires à moins de 7 variables* (Id., 1907).
44. *Sur le nombre des solutions de la congruence* $(a_{ik}) \equiv A \pmod{M}$ (Id., 1911).
45. *Des polynômes invariants par une substitution linéaire* (Id., 1914).
46. *Mémoire sur les groupes résolubles* (Id., 1917).
47. *Sur la classification des constellations* (Comptes-Rendus du Congrès International de Strasbourg, 1920).
48. *Sur une équation du 16ème degré* (Crelle's Journal, Bd. 70, 1869).
49. *Sur les assemblages de lignes* (Id., 1869).

* * *

L'Accademico Segretario G. Castelnuovo legge la seguente Commemorazione del Socio straniero prof. Max Noether.

Max Noether, che la morte ci tolse il 13 dicembre scorso, è uno dei più insigni rappresentanti di quell'indirizzo algebrico-geometrico che ebbe rigoglioso sviluppo nel secolo XIX. La nostra Accademia, la quale già trent'anni or sono elesse Socio il Nöther, consentirà che io parli brevemente delle principali opere di lui.

Nato a Mannheim il 24 settembre 1844, egli seguì corsi di matematica ed astronomia alla specola di quella città e successivamente alle Università di Heidelberg col Kirchhoff, di Giessen e Gottinga col Clebsch. Fu quest'ultimo scienziato che esercitò il maggiore influsso sulla mente del giovane Nöther e determinò l'indirizzo delle sue ricerche.

Il Clebsch dalla celebre Memoria di Riemann sulle funzioni abeliane aveva tratto copiose e belle applicazioni alla teoria delle curve algebriche. Ma il suo programma, interrotto dalla morte precoce, doveva esser più vasto. È verosimile che il Clebsch abbia intuito qual vantaggio risentirebbe l'algebra geometrica quando coi proprî mezzi potesse stabilire quelle proprietà algebriche che nell'opera di Riemann figurano come ultime e non essenziali conseguenze ottenute con metodi estranei alla loro natura. Non si trattava di ubbidire alle aspirazioni al purismo che hanno pur dominato nella seconda metà del secolo scorso; la veduta era molto più alta, giacchè si poteva prevedere (e la previsione fu poi confermata) che procedimenti più diretti e spontanei avrebbero portato una maggior luce sulle proprietà delle curve algebriche e avrebbero permesso di estendere parecchi risultati alla teoria della superficie, per la quale i metodi trascendenti non erano ancora maturi.

Questo programma ha potuto realizzare pienamente il Nöther in una parte della sua opera. Valse ad aprirgli la via un teorema fondamentale della teoria dell'eliminazione, il quale fissa le condizioni perchè una forma algebrica possa scriversi come combinazione lineare di altre due forme assegnate. Già in uno dei suoi primissimi scritti (1869) egli perviene al teorema

sotto alcune restrizioni, e più volte vi ritorna nel corso della sua carriera scientifica per estenderne via via le condizioni di validità. Grazie alle pubblicazioni del suo scopritore ed a quelle dei numerosi geometri che hanno proseguito le ricerche sull'argomento, il teorema fondamentale di Nöther ha oggi una letteratura vastissima.

Da esso il Nöther, in un lavoro (1873) scritto in collaborazione con un altro nostro socio straniero, il Brill, dedusse il così detto *teorema del resto*, che nella trattazione algebrica delle curve piane compie un ufficio analogo a quello che ha, nella trattazione trascendente, il celebre teorema di Abel sugli integrali di differenziale algebrico. Partendo da queste proposizioni i due autori nel lavoro citato discutono a fondo e quasi esauriscono quella parte del programma sopra esposto che riguarda le curve piane.

Subito dopo (1874) il Nöther mette alla prova i metodi di cui era in possesso per affrontare il problema ben più difficile relativo alle superficie. Si tratta di stabilire quelle proprietà e quei caratteri delle superficie algebriche che sono invarianti di fronte alle trasformazioni birazionali. Dai lavori che egli ha dedicato a questo argomento, meglio forse che dal resto della sua produzione, si può giudicare la profondità dell'ingegno del nostro matematico, e la potenza della sua intuizione. I mezzi di cui egli dispone non hanno ancora raggiunto la perfezione necessaria per vincere tutti gli ostacoli presentati dall'argomento sino allora inesplorato; il procedimento per analogia, strumento così potente di indagine scientifica, lo avrebbe condotto facilmente a previsioni fallaci; eppure egli sa tracciare con mano maestra tutte le linee essenziali della nuova teoria. Le ricerche che proseguirono le sue hanno potuto completare in qualche punto l'edifizio, ma l'ossatura centrale è rimasta immutata, e le proprietà da lui scoperte ed ormai stabilmente acquisite alla scienza resteranno per sempre legate al suo nome.

Alle ricerche di cui sinora ho parlato altre si riattaccano. Così il lavoro redatto col Brill costituisce la base della Memoria sulle curve algebriche sghembe che nel 1882 ottenne, insieme ad una monografia dell'Halphen sullo stesso argomento, il premio Steiner dell'Accademia di Berlino. In quella memoria vengono stabilite molte notevoli proprietà delle dette curve e sono suggeriti alcuni criteri di classificazione proiettiva che vengono poi applicati alle curve dei primi ordini.

Alla teoria delle superficie si connettono i lavori dedicati a quelle particolari superficie che possono porsi in corrispondenza birazionale con un piano. Già il nostro Cremona e il Clebsch avevano esaminato particolari tipi di superficie razionali. Spetta però al Nöther il merito di aver dato per primo dei mezzi per stabilire la razionalità di ampie famiglie di superficie. Mirabile per l'acume con cui vengono risolte delicate questioni di algebra è uno dei primi lavori del Nöther, presentato nel 1870 all'Università di Heidelberg per ottenervi l'abilitazione all'insegnamento, e destinato a dimo-

strare la razionalità delle superficie che contengono un fascio razionale di curve razionali. In questo scritto si prova incidentalmente il teorema che ogni trasformazione cremoniana del piano è risolubile nel prodotto di trasformazioni quadratiche, e vengono ridotti a tipi semplici i sistemi lineari di curve razionali. Allo stesso ordine di idee appartiene un gruppo di importanti lavori (1878-1889) ove sono fissate le condizioni perchè sia razionale una superficie rappresentabile sopra un piano doppio. Queste ricerche si son rivelate veramente essenziali in tutto lo sviluppo ulteriore dell'argomento.

Il Nöther ha seguìto con molto interesse la costruzioue della teoria delle trasformazioni birazionali del piano e dello spazio dovuta al Cremona, vi ha contribuito in qualche punto essenziale oltre quello di cui ho già discorso, e ne ha fatto notevoli applicazioni. Cito in particolare la classica Memoria (1875) in cui egli, valendosi di trasformazioni cremoniane, risolve le singolarità delle curve piane algebriche e fornisce con ciò uno dei mezzi più perfetti per l'analisi dei punti singolari.

Per amore di brevità devo sorvolare su molti altri importanti lavori del Nöther dedicati sia ad argomenti affini a quelli di cui ho discorso, sia ad altri capitoli dell'algebra o dell'analisi, quali ad es. la teoria degli invarianti, la teoria di Galois, lo studio delle funzioni abeliane e del problema di inversione di Jacobi.

Quando l'età matura gli tolse la forza di proseguire lo studio dei difficili problemi che aveva affrontato nei suoi anni giovanili, egli volle compiere opera utile alla storia della scienza e rendere un tributo d'omaggio a parecchi suoi illustri colleghi, tracciando, con somma competenza, le commemorazioni di vari matematici che avevano lavorato in campi affini al suo. Mi basti qui citare gli articoli in cui parla con ammirazione e simpatia dei nostri Brioschi e Cremona, al secondo dei quali era legato da cordiale amicizia, e l'ultimo suo scritto, sempre accurato e profondo, dedicato alla memoria dello Zeuthen che lo precedette di due anni nella tomba.

Nemmeno negli anni procellosi della guerra egli seppe restare inoperoso. Nella prima lettera ricevuta dalla Germania dopo conclusa la pace, il Nöther mi comunicava di aver compiuto l'esame del Codice Atlantico di Leonardo da Vinci e di averne redatto l'indice per materia che manca ancora a quell'opera; egli aggiungeva che avrebbe visto volentieri pubblicato l'indice in Italia. Il manoscritto, inviatomi un anno fa, è ora presso l'Istituto Vinciano che lo sta rivedendo e completando in qualche punto, e provvederà poi alla stampa.

Ho voluto citarvi questo particolare non solo perchè esso interessa la nostra Accademia che ha curato la riproduzione del Codice Atlantico, ma pure perchè mi pare significativo il fatto che durante una terribile guerra, tra le cause della quale vien citato il desiderio di supremazia della cultura

germanica sulla latina, uno dei maggiori rappresentanti di quella cultura senta il bisogno di dissetarsi alla fonti più pure del nostro Rinascimento.

Il sentimento della solidarietà del sapere è così potente negli spiriti più eletti da rompere le barriere che la brama di predominio tenta di creare fra i popoli.

RELAZIONI DI COMMISSIONI

Il Socio Nasini, relatore, a nome anche del Corrisp. Bruni, legge una Relazione sulla Memoria dei dottori U. Sborgi e L. Ferri, intitolata: *Sui borati. Sistema* $(NH_4)_2O\text{-}B_2O_3\text{-}H_2O$. *Diagramma, temperatura, concentrazione*; concludendo col proporre la inserzione del lavoro nei volumi accademici.

Le conclusioni della Commissione esaminatrice, messe ai voti dal Presidente, sono approvate dalla Classe, salvo le consuete riserve.

PRESENTAZIONE DI LIBRI

Il Segretario Castelnuovo presenta le pubblicazioni giunte in dono, segnalando fra queste una Commemorazione del sen. G. Ciamician fatta dal prof. Mascarelli e un volume di supplemento all' « Archivio italiano di Anatomia e di Emrbiologia » dedicato al prof. G. Chiarugi dai suoi discepoli nel 35° anno del suo insegnamento.

Il Presidente Volterra fa omaggio della importante e bella pubblicazione, della quale discorre: *La Vie e l'Oeuvre de Pierre Duhem*, del Socio straniero E. Picard; e di numerose pubblicazioni di S. E. il dottor Gallardo, ministro della Repubblica Argentina in Italia.

Il Socio Nasini offre il volume, dandone notizia, del dott. A. Quartaroli, intitolato: *Trattato di chimica generale e inorganica.*

Il Corrispondente Longo presenta la sua pubblicazione: *Le piante più notevoli del R. Orto botanico di Pisa*, e ne parla.

Il Corrispondente Enriques offre all'Accademia il suo libro: *Per la storia della Logica*, e intrattiene i Soci su quanto nel libro stesso egli ha trattato.

G. C.